

快速小波边界元的矩阵后压缩方法

校金友*, 曹衍闯, 文立华

(西北工业大学 航天学院, 西安 710072)

摘要:介绍了一种基于传统边界元单元划分的小波 Galerkin 边界元法,该方法具有几乎线性(即 $O(N)$, N 为自由度)的求解复杂度。在准消失矩小波的框架下介绍了非标准型系数矩阵的压缩问题,提出了一种后压缩算法以降低小波边界元法的内存消耗。求解 Stokes 方程的算例表明,后压缩算法在保证结果收敛特性的情况下可以将系数矩阵的内存占用量降低 5 倍以上。

关键词:小波边界元;稀疏矩阵;复杂度;矩阵压缩

中图分类号:O353.2 **文献标识码:**A

1 引言

边界元法(BEM)是力学和工程中的重要数值方法之一,尤其在先进复合材料建模、薄壁结构分析、传热分析、结构声场耦合分析等领域具有比有限元法更大的优势。但是传统 BEM 因系数矩阵为满阵,计算量和存储量均为 $O(N)$ (N 为自由度),而难以应用于大规模问题的求解当中。

于是,近 20 年来各种快速边界元技术应运而生。多极展开技术^[1],小波压缩技术^[2]和 H-矩阵^[3-5]是三个主要的边界元加速算法。它们均可以把 BEM 的求解复杂度(包括内存占用和计算时间)降低到 $O(N \log^q N)_{q \geq 0}$ 。以多极展开和 H-矩阵为代表的快速 BEM 基于对传统 BEM 系数矩阵中远离对角线部分的分块低秩逼近^[14]。它们将 BEM 的系数矩阵分解为近场和远场两部分,近场部分用与传统 BEM 相同的积分方法计算并存储;远场部分只是在迭代求解过程中以低秩分解的形式完成矩阵-向量相乘。因此,此类方法的主要计算时间花在迭代求解上,当矩阵条件数不好时,耗时很长,而且每次迭代要做许多重复计算(为降低存储空间消耗)。

而小波 BEM 的系数矩阵在经过矩阵计算前的压缩之后成为包含 $O(N \log^q N)_{q \geq 0}$ 个非零元素的稀疏矩阵,故其计算和存储量均为 $O(N \log^q N)_{q \geq 0}$ 。

由于小波 BEM 的系数矩阵是计算并存储起来的,完成一次矩阵-向量相乘的耗时往往不到总计算时间 1%,迭代求解的效率很高,这也使得小波 BEM 非常适合于求解同一系数矩阵、多个边界条件的问题。

但是,常规小波 BEM 也有缺点:边界小波的构造需要边界的参数方程^[6-8]。实际工程中,问题的边界往往很复杂,容许参数化的光滑分片面积很小,此时常规小波 BEM 的优越性难以发挥^[9-11];另外,现在许多 CAD 系统建立的模型是直接以边界网格形式给出的,对这种情况常规小波 BEM 更是无能为力。

Tausch^[9,12]提出了一种基于常规 BEM 的单元划分的边界小波(简称 Tausch 小波)构造方法,完全克服了常规小波方法依赖边界参数化的限制。用此小波形成的 BEM 适合于处理复杂问题,又具有小波方法的矩阵压缩的优点,在求解大规模复杂工程问题中具有很大的应用潜力。Tausch 在文献[9]中提出的基于非标准型^[2]的小波 BEM 的复杂度为 $O(N)$ 。Harbrecht 等^[10]和 Schmidlin 等^[11]分别用 Tausch 小波构造了基于标准型^[2]系数矩阵的小波 BEM,其复杂度为 $O(N \log^q N)_{q \geq 0}$ 。

文献[13]提出了准消失矩 Tausch 小波的概念。采用准消失矩小波可使原方法的计算量和存储量降低 3 倍以上。即便如此,大量的数值实验显示,基于准消失矩 Tausch 小波的 BEM 的系数矩阵在经过前压缩之后,仍然存在大量元素的数值非常小。此现象促使研究本文的“后压缩”问题,目的是

收稿日期:2008-11-14;修改稿收到日期:2009-11-24.

基金项目:西北工业大学博士论文创新基金(CX200601);
国家自然科学基金(10674109)资助项目.

作者简介:校金友*(1980-),男,博士,讲师
(E-mail: xiaojy@nwpu.edu.cn).

进一步降低 Tausch 小波 BEM 的内存占用量。将用数值算例证明本文提出的后压缩算法的精度和高效性。

2 小波 Galerkin BEM

不失一般性,考虑定义在空间区域 $\Omega \in \mathbf{R}^3$ 的边界 Γ 上的积分方程:

$$\int_{\Gamma} K(x, y)u(y)dy = f(x), x \in \Gamma \quad (1)$$

式中 $K(x, y)$ 为物理问题的基本解。传统 BEM 先将 Γ 划分为 N_e 个单元 Γ_i , 然后在单元上定义一组基函数(形函数):

$$S = \{\chi_i; i = 1, 2, \dots, N_s\} \quad (2)$$

式中 χ_i 为第 i 个节点对应的形函数。若以 S 为基用 Galerkin 法离散方程(1) 就会得到稠密的系数矩阵, 从而问题的求解复杂度为 $O(N^2)$ 。

为解决此问题,文献[9] 将基 S 转换成另一组等价基 Ψ , 即 Tausch 小波基。文献[13] 改进了前文的小波构造方法, 提出了“准消失矩”小波的概念, 使小波 BEM 的效率大为提高。关于准消失矩小波的构造参见文献[13]。如无特殊说明, 下文的“小波”均指准消失矩 Tausch 小波。小波基 Ψ 具有如下形式:

$$\Psi = \{\Phi_{l_0}, \Psi_{l_0}, \Psi_{l_0+1}, \dots, \Psi_L\} \quad (3)$$

式中 Φ_l 和 Ψ_l 分别是第 l 层上的尺度函数和小波的集合, $l_0 \leq l \leq L$ 。小波函数 $\Psi \in \Psi$ 具有对某类函数的准消失矩特性。如当 K 为 Laplace 方程基本解, 即 $K = 1/(4\pi|x - y|)$ 时, 可以使第 l 层上的小波 ψ 具有对 Taylor 多项式 $(x - x_0)^\alpha$ 的消失矩:

$$\int_{\Gamma} (x - x_0)^\alpha \Psi(x) dx = 0, |\alpha| = 0, 1, \dots, p_l \quad (4)$$

式中 $x_0 \in \mathbf{R}^3$, α 为三重指标, p 为与层数 l 有关的消失矩阶数。因此, 若改用小波基 Ψ 离散方程, 所得的系数矩阵 \mathbf{A} 中远离对角线的元素的绝对值相对于对角线周围的元素将会非常小, 以至于将其设为零也不会对结果的精度造成较大影响[9], 称这样的系数矩阵 \mathbf{A} 是数值稀疏的。

Tausch 小波基下小波 Galerkin 法的标准型系数矩阵经压缩后非零元素的数目为 $O(N \log N)^{[10, 11]}$, 而非标准型则为 $O(N)^{[9, 12]}$, 压缩效率更高而且便于计算, 因此本文讨论非标准型。Tausch 小波 Galerkin BEM 的非标准型系数矩阵 \mathbf{A}_{ns} 具有图 1

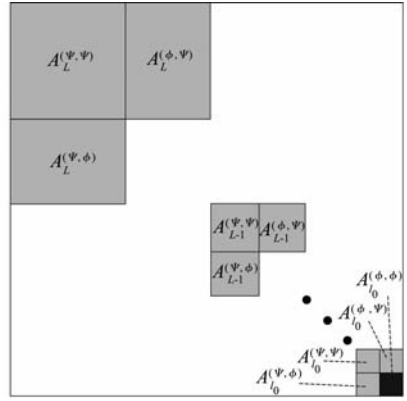


图 1 数值稀疏的非标准型矩阵

Fig. 1 Numerically sparse structure of the nonstandard form matrix

所示的典型结构, 其中黑色块是稠密的, 灰色是数值稀疏的, 空白处为零。 \mathbf{A}_{ns} 包含如下子块:

$$\left\{ \begin{array}{cccc} \mathbf{A}_{l_0}^{(\phi, \phi)}, & \mathbf{A}_{l_0}^{(\phi, \Psi)}, & \mathbf{A}_{l_0}^{(\Psi, \phi)}, & \mathbf{A}_{l_0}^{(\Psi, \Psi)}; \\ & \mathbf{A}_{l_0+1}^{(\phi, \Psi)}, & \mathbf{A}_{l_0+1}^{(\Psi, \phi)}, & \mathbf{A}_{l_0+1}^{(\Psi, \Psi)}; \\ & & \dots & \\ & \mathbf{A}_L^{(\phi, \Psi)}, & \mathbf{A}_L^{(\Psi, \phi)}, & \mathbf{A}_L^{(\Psi, \Psi)} \end{array} \right\}$$

子块 $\mathbf{A}_i^{(f, g)}$ 中的元素为

$$[\mathbf{A}_i^{(f, g)}]_{ij} = \iint_{\Gamma} K(x, y) f_j(y) g_i(x) dx dy$$

由于小波的消失矩特性, 包含小波积分的所有子块都是数值稀疏的(灰色块), 只有块 $\mathbf{A}_{l_0}^{(\phi, \phi)}$ 是稠密的(黑色块)。但由于 $\mathbf{A}_{l_0}^{(\phi, \phi)}$ 的维数远小于 N 且与 N 无关, 所以对大规模问题其内存消耗可以忽略。

应注意, 非标准型矩阵 \mathbf{A}_{ns} 是奇异的, 因此不能按常规 BEM 的思路直接求解。非标准型小波 BEM 的迭代求解一般有三步:

(1) 将方程(1) 中未知函数 $u(y)$ 在基 S 下的展开系数 \mathbf{u}_S 通过非标准型小波变换, 转化为小波基 Ψ 基下的“冗余^[9]”系数向量 \mathbf{u}_{ns} , 即

$$\mathbf{u}_S \rightarrow \mathbf{u}_{ns}$$

(2) \mathbf{u}_{ns} 与 \mathbf{A}_{ns} 作非标准型矩阵- 向量乘法, 结果即为方程(1) 中 $f(x)$ 在 Ψ 基下的冗余系数向量 \mathbf{f}_{ns} , 即

$$\mathbf{A}_{ns} \cdot \mathbf{u}_{ns} \rightarrow \mathbf{f}_{ns}$$

(3) 由 \mathbf{f}_{ns} 经非标准型逆小波变换, 得到 $f(x)$ 在基 S 下的展开系数 \mathbf{f}_S , 即

$$\mathbf{f}_{ns} \rightarrow \mathbf{f}_S$$

比较 \mathbf{f}_S 的误差, 判断是否需要继续迭代。

关于函数的非标准型冗余系数向量、小波变换和逆小波变换的详细介绍, 参见文献[2, 9, 12]。

3 矩阵压缩

文献[9,13]在计算矩阵之前先判断出矩阵 \mathbf{A}_{ns} 中小值元素的位置,将其设为零(不予计算),从而将系数矩阵的计算时间和内存消耗降到 $O(N)$,称此为“前压缩”。 \mathbf{A}_{ns} 经前压缩后成为仅含 $O(N)$ 个非零元素的稀疏矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 。但是大量计算表明, $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 中依然存在许多小值元素,因此本文研究对 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 的压缩方法。由于是在 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 计算出来之后进行的,故称为“后压缩”。

3.1 前压缩

常见的许多问题(如弹性力学、位势及声学问题等)的基本解 $K(x, y)$ 在 $x \neq y$ 处都是光滑的,即满足:

$$\left| \frac{\partial^{|\alpha|+|\beta|} K(x, y)}{\partial x^\alpha \partial y^\beta} \right| \leq \frac{(|\alpha|+|\beta|)!}{|x-y|^{(s+|\alpha|+|\beta|)}} \quad (5)$$

式中 s 为奇异阶数。由式(5)可知当第 l 层上的小波具有 p_l 阶消失矩时,该层对应的 \mathbf{A}_{ns} 中的元素满足估计

$$\left| \iint_{\Gamma} K(x, y) f_l(y) g_l(x) dx dy \right| \leq C 2^{-l} \eta^{p_l} \quad (6)$$

式中 f_l 和 g_l 其中之一为小波,另一个是小波或尺度函数,且满足平方积分($L^2(\Gamma)$ 范数)为 1, C 为常数。

由于 Tausch 小波是常规边界元形函数的线性组合,所以每个小波函数 $\Psi \in \Psi$ 都对应若干个形函数 χ 。称与 Ψ 有关的所有函数 χ 所对应的边界单元 Γ_i 的并集为 Ψ 的支集,记为 Γ_Ψ (见图 2)。则式(6)中的 η 为

$$\eta = \frac{\max\{\text{diam}(\Gamma_{fl}), \text{diam}(\Gamma_{gl})\}}{2 \text{dist}(\Gamma_{fl}, \Gamma_{gl})}$$

式中 $\text{diam}(\cdot)$ 和 $\text{dist}(\cdot, \cdot)$ 分别为集合的直径和集合之间的距离,如图 2 所示。显然矩阵元素所对应的小波支集间的距离越大, η 就越小,由式(6)可知该元素的数值也越小。因此,在计算矩阵 \mathbf{A}_{ns} 之前,可以通过距离参数 η 对其中的元素的数值作出估计。可以证明^[9,13],当 $\eta < 1/2$ 时相应的元素很小可直接设为零而不会影响方法的收敛性能。据此,对每个小波 Ψ 可设一个近邻集合 $\mathbf{N}(\Psi)$,包含同层上的与 Ψ 满足 $\eta \geq 1/2$ 的所有小波(包括 Ψ 自身)。

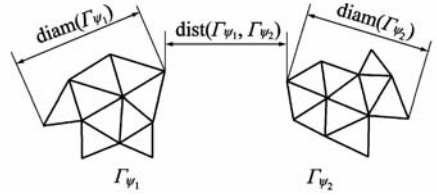


图 2 小波 Ψ_1 和 Ψ_2 的支集及其距离
Fig. 2 The support of wavelets Ψ_1 and Ψ_2 and the distance between them

所有小波的近邻集合可在小波构造时快速形成,计算复杂度为 $O(N)$,而且所有小波的近邻集合中的元素数目之总和为 $O(N)$ 。

在计算 \mathbf{A}_{ns} 时,只需对每个小波计算它与它的近邻中的每个元素的 Galerkin 积分即可(快速计算方法参见文献[9]),因此 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 中的非零元素数目为 $O(N)$ 。

3.2 后压缩

前压缩虽使数值稀疏的 \mathbf{A}_{ns} 变为(真正)稀疏的 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$,但 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 中仍然存在许多小值元素。这些元素的分布具有一定的随机性,难以通过改善前压缩的途径完全消除。另外,更精细的前压缩算法可能会因为消耗更多的内存和计算时间而使小波 BEM 的总体求解复杂度不减反增。鉴于此,本文提出一种后压缩方法,在计算出 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 之后对其中的小值元素进行压缩,以降低内存消耗。

设 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 经后压缩之后的矩阵为 $\hat{\mathbf{A}}_{ns}$, $[\hat{\mathbf{A}}_{ns}]_{ij}^l$ 为第 l 层、下标为 i, j 的元素, $\hat{\eta}_l$ 为该层的后压缩参数,则后压缩算法可表示为

$$[\hat{\mathbf{A}}_{ns}]_{ij}^l = \begin{cases} [\tilde{\mathbf{A}}_{ns}]_{ij}^l & |[\tilde{\mathbf{A}}_{ns}]_{ij}^l| \geq \hat{\eta}_l \\ 0 & |[\tilde{\mathbf{A}}_{ns}]_{ij}^l| < \hat{\eta}_l \end{cases} \quad (7)$$

后压缩参数 $\hat{\eta}_l$ 的取值应符合两个条件:① 保证原 BEM 的收敛性能,② 有效降低内存消耗。

为满足条件 ①,可取 $\hat{\eta}_l$ 为

$$\hat{\eta}_l = C_\eta 2^{-l} \eta^{p_l} \quad (8)$$

式中 C_η 为与 l, p 无关的常数,其取值问题将在算例部分讨论。式(8)的取法基于如下思路:前压缩实质上是对于给定参数 $\eta < 1/2$,舍去了 \mathbf{A}_{ns} 中数值小于 $O(2^{-l} \eta^{p_l})$ 的元素,且没有破坏 Galerkin BEM 的收敛特性^[13]。因此,若在计算出 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 之后继续舍

去其中小于 $O(2^{-l}\gamma^{p_l})$ 的元素,按文献[9,13]的收敛性分析可知,仍能保持 Galerkin BEM 的收敛性能。

条件②与小波 BEM 的程序实现有关。原 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 是分块以满阵的形式存储的,后压缩后应以稀疏模式存储。下面以 C 语言编程为例加以说明。设 double 和 int 型数据的存储空间分别为 M_d 和 M_i 。满阵模式中 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 的 $n \times m$ 维子块 \mathbf{B} 的内存占用为

$$M_f(\mathbf{B}) = nmM_d$$

设 \mathbf{B} 中符合压缩条件(7)而保留的非零元素数目为 N_{nz} 。若采用稀疏模式,用一个长 N_{nz} 的 double 型数组存非零元素,另一长 N_{nz} 的 int 数组存元素的位置。则需要的内存空间为

$$M_s(\mathbf{B}) = N_{nz}(M_d + M_i)$$

为节省内存,即 $M_s(\mathbf{B}) < M_f(\mathbf{B})$,则需

$$\frac{N_{nz}}{nm} < \frac{M_d}{M_d + M_i} \quad (9)$$

可见,后压缩只有对满足式(9)的块实施才可达到节省内存的目的。数值算例显示一般情况下经前压缩之后, $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 中仍存在大量满足式(9)的子块。后压缩算法的计算复杂度与 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 中的非零元素数目量级相当,即为 $O(N)$ 。

4 算例

用新型小波 BEM 求解 Stokes 流动问题,以验证本文方法的精度和求解复杂度。Stokes 流动模拟是 MEMS 设计中的关键问题之一^[12]。Stokes 流场的速度和物体表面压力满足式(1)形式的积分方程,此时 $f(x) \in \mathbf{R}^3$ 为给定物体表面运动速度, $u(x) \in \mathbf{R}^3$ 为未知压力, $K(x, y)$ 为速度基本解:

$$K(x, y) = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\mathbf{I}}{|x-y|} + \frac{(x-y)(x-y)^T}{|x-y|^3} \right)$$

式中 μ 为黏性系数, \mathbf{I} 为 3 阶单位矩阵。当 $f(x)$ 在物体表面的通量为零时,方程(1)有唯一解。从而可求出物体所受流体的阻力为 $\int_{\Gamma} u(x) dx$ 。考虑以速度 U 在无限域流体中移动的刚性球。设球的半径为 R ,则所受阻力解析解为 $F = 6\pi\mu RU$ 。

将球面划分为 N_e 个平面三角形单元, N_e 分别为 2084, 3940, 7194, 21748, 39812 和 80352。采用常元进行分析,自由度 $N = 3N_e$ 。计算中小波准消失

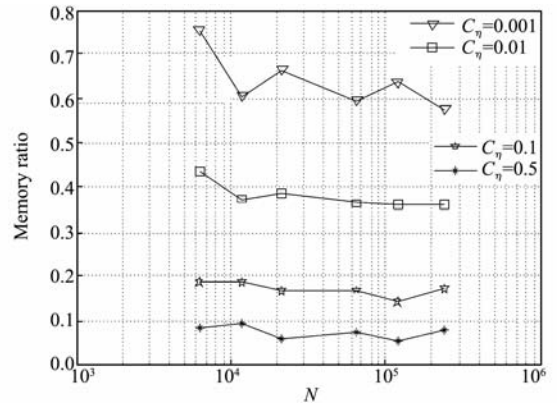


图 3 后压缩与前压缩之后的系数矩阵内存占用之比
Fig. 3 The ratios of memory requirements in storing the non-standard form after the a-priori and a-posteriori compressions

矩参数取 0.001,最低层消失矩阶数取 $p_L = 1$ 。用 GMRES 迭代求解线性方程组,收敛误差限取 10^{-6} 。非标准型系数矩阵先进行前压缩,计算过程中进行后压缩,考察不同后压缩参数 $C_\gamma = 0, 0.001, 0.01, 0.1$ 和 0.5 对内存消耗、误差和计算时间的影响($C_\gamma = 0$ 为没有后压缩的情况)。

图 3 和图 4 分别给出了经后压缩之后,系数矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_{ns}$ 所需的存储空间和迭代一次的计算时间与无后压缩($C_\gamma = 0$)时 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 的存储空间和迭代一次的时间的比值随 N 的变化情况。 $C_\gamma = 0.1$ 和 0.5 时 $\hat{\mathbf{A}}_{ns}$ 的内存占用量分别为 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ 的 $1/5$ 和 $1/10$,迭代时间则约为 $1/3$ 和 $1/5$ 。但是内存和迭代时间上的大幅度降低并没有破坏方法的收敛性能。如图 5 所示,对不同的 C_γ 结果的相对误差均随 N 的增大按 $O(1/N)$ 的规律减小,这与理论分析相一致^[9]。另外在此算例中,取 $C_\gamma = 0.1$ 时 $\hat{\mathbf{A}}_{ns}$ 高度稀疏,需要的存储空间为 535 MB,仅为 $\tilde{\mathbf{A}}_{ns}$ (3096 MB) 的 $1/6$,而结果的误差变化不大。

图 6 和图 7 描述了后压缩对总内存消耗和求解时间的影响情况。首先,随着 C_γ 取值的增大内存需求显著降低, $C_\gamma = 0.1$ 和 0.5 时大约占 $C_\gamma = 0$ 时的 $1/4$ 和 $1/8$;其次, C_γ 的变化对总求解时间的影响不大。这是由于小波边界元的总计算时间包括用于小波构造、系数矩阵计算和迭代求解的时间,矩阵计算的时间远大于小波构造和迭代一次的时间;而后压缩只会降低迭代求解的时间,因此,当迭代次数不大时由后压缩而引起的总求解时间的减少不显著。最后,图 6 和图 7 还表明本文的小波 Galerkin BEM 的内存与计算时间消耗接近 $O(N)$ 。

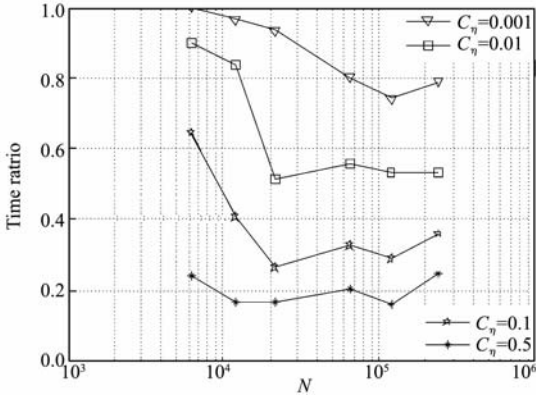


图 4 后压缩与前压缩之后迭代一次的时间之比
Fig. 4 The ratios of times for one iteration after the a-priori and a-posteriori compressions

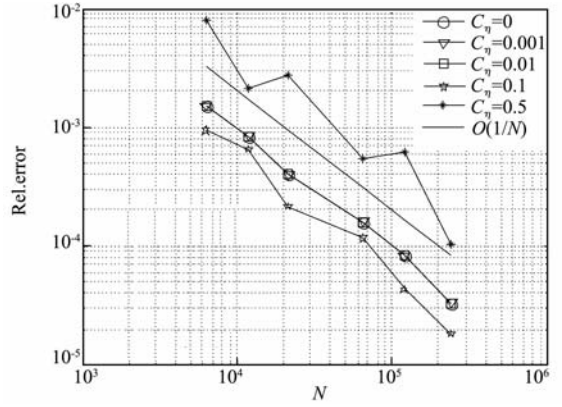


图 5 后压缩对相对误差的影响
Fig. 5 Influence of the a-posteriori compression on the relative errors

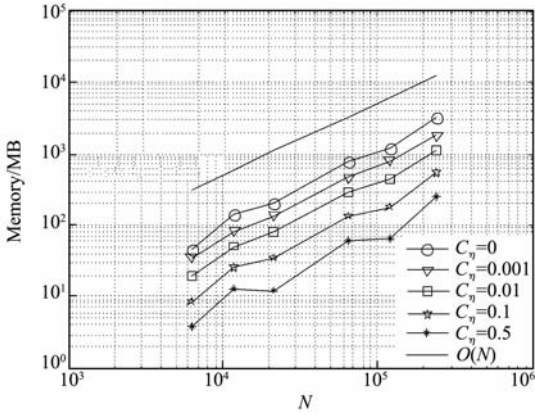


图 6 后压缩对总内存消耗的影响
Fig. 6 The influence of the a-posteriori compression on the total memory requirements

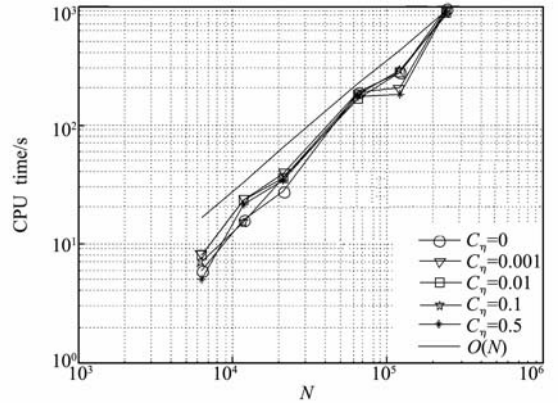


图 7 后压缩对总计算时间的影响
Fig. 7 The influence of the a-posteriori compression on the total CPU times

5 结 论

文献[9]提出的基于传统边界元单元划分的新型小波 BEM,克服了常规小波 BEM 需要边界参数化的弊端,适合于处理大规模复杂工程问题,本文介绍了该方法。在文献[13]提出的准消失矩小波的框架下研究了小波 Galerkin BEM 非标准型系数矩阵的后压缩问题,提出了一种高效的后压缩算法,显著降低了小波 BEM 的内存消耗,进一步提高了方法的迭代求解效率。

参考文献 (References):

[1] Greengard L, Rokhlin V. A fast algorithm for particle simulations[J]. *J Comp Phys*, 1987, **73**:325-348.
 [2] Beylkin G, Coifman R, Rokhlin V. Fast wavelet transforms and numerical algorithms [J]. *Comm Pure Appl Math*, 1991, **37**:141-183.
 [3] Börm S, Grasedyck L, Hackbusch W. Introduction to hierarchical matrices with applications[J]. *Engin-*

neering Analysis with Boundary Elements, 2003, **27**: 405-422.
 [4] Bebendorf M, Rjasanow S. Adaptive low-rank approximation of collocation matrices[J]. *Computing*, 2003, **70**:1-24.
 [5] Hackbusch W, Nowak ZP. On the fast matrix multiplication in the boundary element method by panel clustering[J]. *Numer Math*, 1989, **54**:463-491.
 [6] Petersdorff T, Schwab C. Fully discrete multiscale Galerkin BEM[A]. *Wavelet Analysis and its Applications*[M]. Academic Press, New York, 1997.
 [7] Lage C, Schwab C. Wavelet Galerkin algorithms for boundary integral equations[J]. *SIAM J Sci Comput*, 1999, **20**:2195-2222.
 [8] Dahmen W, Harbrecht H, Schneider R. Compression techniques for boundary integral equations-optimal complexity estimates[J]. *SIAM J Numer Anal*, 2006, **43**(6):2251-2271.
 [9] Tausch J. A variable order wavelet method for the

- sparse representation of layer potentials in the non-standard form[J]. *J Numer Math*, 2004, **12**(3): 233-254.
- [10] Harbrecht H, Köhler U, Schneider R. Wavelet Galerkin BEM on unstructured meshes[J]. *Comput Visual Sci*, 2005, **8**: 189-199.
- [11] Schmidlin G, Schwab C. Wavelet Galerkin BEM on unstructured meshes by aggregation[A]. *Multiscale and Multiresolution Methods[M]*. Springer, Berlin, 2002.
- [12] Tausch J. Sparse BEM for potential theory and Stokes flow using variable order wavelets[J]. *Computational Mechanics*, 2003, **32**(4-6): 312-319.
- [13] Xiao J, Tausch J, Wen L. Approximate moment matrix decomposition in wavelet Galerkin BEM[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008, **197**: 4000-4006.
- [14] Xiao J, Wen L, Tausch J. On fast matrix-vector multiplication in wavelet Galerkin BEM[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2009, **33**: 159-167.

A-posteriori compression scheme for wavelet Galerkin BEM

XIAO Jin-you*, CAO Yan-chuang, WEN Li-hua

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Wavelet Galerkin boundary element method is introduced. We put our emphasis on the matrix compression using the quasi-vanishing moment wavelets. The fact that there are still a large number of entries with small values in the non-standard form matrix after the a-priori compression motivates us to study the a-posteriori compression, in order to further reduce the memory requirement in storing the compressed matrix. An algorithm for the a-posteriori compression is proposed. Numerical example concerning Stokes flow problem clearly shown that, with the a-posteriori compression, the memory requirement for non-standard form can be reduced to a factor larger than 5 while persevering the convergence rate of the underlying Galerkin scheme.

Key words: wavelet Galerkin BEM; sparse matrix; complexity; matrix compression