

DOI: 10.7511/jslx201704007

# 基于模糊数学的贴片式左手超材料 微结构选择方法研究

史鹏飞, 高仁璟, 刘书田\*

(大连理工大学 运载工程与力学学部 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

**摘要:**研究了基于模糊数学的贴片式左手超材料结构的选择机制,其核心思想是基于现有左手超材料结构构建左手材料微结构集合,将集合中结构的特性参数以某种隶属函数映射到 $[0,1]$ 区间,用隶属度表示各元素对设计需求的符合度;根据模糊目标及约束的隶属度确定元素的模糊优越集,最终找到最适合于相应设计的结构方案。给出了材料库中每种结构方案相对于模糊目标及约束的隶属度的确定方法。为了验证所提出选择方法的可行性,建立了不同拓扑形式的左手超材料构型集合和不同尺寸的中型构型集合,针对具体的设计目标和约束要求,计算了相应集合的模糊优越集,给出了最适合的个体元素排序,计算结果表明本文提出的结构选择方法可选出满足设计要求的结构构型。

**关键词:**优化设计;左手材料;微结构设计;多目标优化;模糊数学

**中图分类号:** TN99; O29

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-4708(2017)04-0440-07

## 1 引言

左手材料是一种同时具有负磁导率和负介电常数的人造电磁材料,由具有特定结构的周期性金属丝阵列实现<sup>[1]</sup>。由于具有一些常规材料不具有的电磁特性,在滤波、传感和隐身等领域有着广泛的应用<sup>[2,3]</sup>。经过10余年的发展,其应用范围不断扩大,同一设计目标的左手材料可有多种结构实现方式供选择<sup>[4-16]</sup>。备选方案少时,可用人工方法实现选择,当备选方案较多时,人工进行评判不再容易,找到最优的设计目标更加困难。如果根据已有左手超材料的结构属性建立一个结构库,并从结构库中选择已有的构型,可以省去设计的时间。然而,各种结构在最初提出时其设计目标的关注点不同,如以双频带<sup>[16,26]</sup>、大带宽<sup>[27]</sup>或低损耗<sup>[19]</sup>为设计目标,如何从这些以不同设计目标所得结构中快速选择需要的结构形式,更是不可实现的,因此建立一种基于已有结构的超材料快速选择方法成为重要的研究课题。

对于单目标和单约束的设计,从已建立的结构

库中选择合适的结构构型是可行的,但在多目标和多约束要求下,各目标函数和约束间可能互相矛盾<sup>[17]</sup>。同时,在提出设计任务时,任务的提出者可能没有给出所需材料每一项具体参数,约束和目标具有模糊性,并且,结构在择优时目标达到一定程度就足够,不追求所有目标的最优,如何定义这个足够,如何对设计目标和约束量化及对量化的模型进行筛选,是一个模糊规划问题。

模糊规划是在目标函数和约束不清晰的情况下寻找最优方案的一种方法。设计者根据模糊目标及约束给出一种对构型的量化标准及选择机制,在此标准下选择一个适用于本设计的个体。此过程不是评价哪种超材料构型的好坏,而是确定更适合特定设计需求的构型。此规划以统计和增量法等方式确定目标及约束的隶属函数,以此寻找模糊优越度的极值,进而确定较优个体,在左手超材料结构的选择决策中找到若干矛盾目标妥协的结果。

本文基于模糊数学研究了贴片式左手超材料结构的选择方法,给出了应用模糊数学确定隶属函数的方式及模糊规划的方法,以现有的21种左手超材料构型集合为例,对所需设计目标和约束需求的结构进行了各元素隶属度的计算及模糊规划,依此确定最适合于设计需求的几种构型方案;最后,应用本文提出的选择方法,对不同尺寸参数下中型结构进行了选择,得到满足设计要求的几种较优的

收稿日期:2016-05-15;修改稿收到日期:2016-09-12.

基金项目:国家自然科学基金(11332004,11372063,11572073);  
111引智计划(B14013);中央高校基本科研业务费  
专项资金(DUT15ZD101)资助项目.

作者简介:刘书田\*(1962-),男,博士,教授  
(E-mail:stliu@dlut.edu.cn).

结构构型。两个设计实例验证了本文提出的基于模糊数学的左手超材料选择方法的可行性。

## 2 基于模糊数学的左手超材料构型选择

### 2.1 隶属函数的确定方法

将每一个构型视为一个元素  $u$ ,  $u$  组成的集合作为论域  $U$ ,  $u$  对应的材料特性为  $x$ 。集合  $A = [0, 1]$  为一个连续集合,用以表示相应元素的特性与某一特定属性的符合度,与 1 接近隶属于此属性大,与 0 接近隶属于此属性小,这个符合度不具有分明的边界,无法用是否完全属于某一集合来下结论,是一个表示隶属性的模糊集。在  $U$  中定义一个映射关系,可表示为

$$\mu_A: X \rightarrow [0, 1] \quad u \mapsto \mu_A(x) \quad (1)$$

式中  $\mu$  为模糊子集  $A$  的隶属函数,  $A$  为  $U$  的一个模糊子集,  $\mu_A$  在  $x \in X$  点处的值  $\mu_A(x)$  为  $u$  对  $A$  的隶属度。

隶属度的确定通过定义论域  $U$  中的隶属函数来完成,由于无法通过外部采样获得外界的评价,无法由统计的方法给出,本文应用增量形式对各模糊子集的隶属函数进行定义,根据增量与变量的关系将超材料的相应参数映射到  $[0, 1]$  区间。 $x$  的增量  $\Delta x$  引起隶属度  $\mu$  的变化  $\Delta \mu$ , 给出三种隶属函数供选择,以增函数为例,形式如下。

(1)  $\Delta \mu$  正比于  $\Delta x$ , 当增量与自变量成线性关系时,隶属函数为

$$\mu(x) = (x - \inf x) / (\sup x - \inf x) \quad (2)$$

式中  $\sup x$  和  $\inf x$  分别为函数  $x$  的极大和极小值。

(2)  $\Delta \mu$  正比于  $\Delta x$ , 并且越接近 1 的  $\mu$ , 相应的增量  $\Delta \mu$  越小,  $\Delta \mu$  可表示为

$$\Delta \mu = \alpha \cdot \Delta x \cdot (1 - \mu) \quad (3)$$

设置待定系数  $\alpha$  和  $x_0$ , 对等式两边积分可得

$$\mu(x) = 1 - e^{-\alpha(x-x_0)} \quad (4)$$

(3)  $\Delta \mu$  正比于  $\Delta x$ , 并且越接近 1 的  $\mu$ , 相应的增量  $\Delta \mu$  越大,隶属函数表示为

$$\mu(x) = e^{-\alpha(x-x_0)} \quad (5)$$

同理可获得减函数形式的隶属函数。对于非线性隶属函数,为更好地区别各元素隶属度,需要在个体变量密集区域隶属度仍可区分,避免元素隶属度间差距过大以致过分依赖某一参数。将覆盖次数小的区间定义在一个较小的隶属区间,覆盖次

数大的区间定义在一个较大区间,根据元素分布密度选取适当的函数表达式。小变量区间内个体密度大,选用式(4)作为隶属函数,大变量个体密度大,选择式(5)作为隶属函数,否则选择式(2)。对于减函数,式(4)与式(5)的选择与增函数相反。将  $[0, 1]$  区间按区间分布比例进行划分,定义一个判定阈值区分不同的隶属区间,并据此确定函数的相应参数。式(4)的隶属函数,各模糊子集中元素覆盖次数占元素总数的前 30% 为高隶属度元素,另外 70% 为非高隶属度元素。对于式(5),各模糊子集中元素覆盖次数占元素总数大于 70% 的为低隶属度元素,小于或等于 70% 的为非低隶属度元素。将各隶属函数中两区间临界值隶属度标定为  $[0, 1]$  内某一值(本文为 0.9),以此来获得函数中参数值。

### 2.2 模糊规划方法

模糊规划问题中,可能存在多模糊目标及约束的情况,各目标同时具有较优值,并且对模糊约束子集具有高符合度的集合论描述如下。集合  $U$  中,  $m$  表示模糊约束数目,  $n$  表示目标函数数目;模糊约束集  $A_1, A_2, \dots, A_m \subseteq U$ , 约束集的交集为  $A$ ; 每个目标函数具有不同映射  $f_j(u)$ , 模糊优越集为  $M_j(u) (j \in [1, n])$ , 模糊优越集交集为  $M$ 。寻找  $u^*$  使得其目标函数和约束的隶属度最高,表示为

$$\exists u^* \in A_f = (A \cap M_f) \subseteq U, A_f(u^*) = \max_{u \in U} A_f(u)$$

$$A = \bigcap_{i=1}^m A_i, M = \bigcap_{j=1}^n M_j \quad (6)$$

解决此问题的数学模型如下。求取包括各目标函数  $f_j(u)$  的无条件模糊优越集,用以表示目标函数关于集合中各元素的优越程度,优越程度以个体的隶属函数表征。考虑模糊约束集的限制,确定各模糊约束集与各无条件模糊优越集的交集,即条件模糊优越集,有  $A_f = A \cap M_f$ , 其中  $A = \bigcap_{i=1}^m A_i$ ,  $M_f = \bigcap_{j=1}^n M_j$ 。 $A(u)$  与  $M_f(u)$  可由多种数学模型获得,本文选择对每个约束集及目标的权重进行考量,强调对不同子集的关注程度,即

$$M_f = \sum_{j=1}^n a_j M_j \quad (a_j \in [0, 1], \sum_{j=1}^n a_j = 1)$$

$$A = \sum_{i=1}^m b_i A_i \quad (b_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^m b_i = 1)$$

对  $A(u)$  与  $M_f(u)$  进行凸模糊判决  $A_f(u) = a A(u) + b M_f(u)$ , 或积模糊判决  $A_f(u) = A(u) \cdot M_f(u)$ 。根据各元素优越程度选择模糊优越集的

极大值点,即为最接近设计需求的个体  $u^*$ 。根据以上优越度的判断标准对符合要求的左手超材料结构进行选择。

### 3 不同拓扑构型的贴片式左手超材料结构选择

以文献介绍的 21 种左手超材料构型为研究对象  $u_i$ , 建立构型集合, 论域为  $U$ , 根据目标及约束从  $U$  中选择较适合的结果, 集合中不包括对已有构型进行尺寸优化或材料调整后的结构, 结构如图 1 所示。

S1~S16 为双面结构, 其中 S1~S8 的基板前侧与后侧结构成镜像对称或反镜像对称; S9~S16 的结构前侧为磁谐振的结构, 背面为 Rod。S17~S21 为单面结构。S6 和 S21 均具有双左手频带, 因此对其两个左手频带分别讨论。本文数据基于数值仿真获取, 使用 Ansoft HFSS 对结构进行数值仿真并计算相关的特性参数<sup>[18]</sup>, 特性参数也可由实验测试获取, 以建立基于实验数据的参数集合。本文计算了多个算例, 验证了此设计方法可以根据设计目标及约束得到所需个体, 由于篇幅原因在此只给出一个算例。

设计一个左手超材料结构, 要求结构负折射峰值出现在规定频点处, 在此频点有较好的阻抗匹配和最大的品质因数。集合论描述为: 双目标  $f_1: X_{\text{impedance}} \rightarrow Y_{\text{impedance}}, f_2: X_{Q \text{ factor}} \rightarrow Y_{Q \text{ factor}}$ ,  $Y_{\text{impedance}}$  与  $Y_{Q \text{ factor}}$  分别代表磁谐振频点处个体的阻抗匹配度及品质因数的集合。  $U$  的模糊约束集  $\underline{A}: X_{f_{\text{resonant}}} \rightarrow A_{f_{\text{resonant}}}, A_{f_{\text{resonant}}}$  为磁谐振频点与规定频点间距

离最小的集合,  $f_{\text{resonant}}=10 \text{ GHz}$ 。选择  $u^*$ , 使其对  $\underline{A}$  的隶属度及目标  $Y_{\text{impedance}}$  与  $Y_{Q \text{ factor}}$  尽可能高, 表示为

$$f_1: X_{\text{impedance}} \rightarrow Y_{\text{impedance}}, f_2: X_{Q \text{ factor}} \rightarrow Y_{Q \text{ factor}}$$

$$\underline{A}: X_{f_{\text{resonant}}} \rightarrow A_{f_{\text{resonant}}}, M_f = M_{f_1} \cap M_{f_2}$$

$$\exists u^* \in \underline{A}_f = (\underline{A} \cap M_f) \subseteq U, \underline{A}_f(u^*) = \max_{u \in U} \underline{A}_f(u) \quad (7)$$

对于已有的 21 个模型, 计算其相应参数, 列入表 1。

由表 1 可知, 归一化阻抗与 1 最接近的 7 个(即前 30%) 构型依次为 {S11, S17, S21\_1, S6\_1, S12, S20, S1}; 磁谐振频率与所需频点最接近的 7 个构型依次为 {S9, S21\_1, S17, S3, S6\_1, S11, S12}; 品质因数最高的 7 个构型依次为 {S4, S16, S3, S7, S15, S12, S9}。三组排序中, 至少 2 次排序进入前 30% 的个体为 {S3, S6\_1, S9, S11, S12, S17, S21\_1}, 其中 S3 的阻抗匹配度排 23, 不适合应用, 因此除 S3 以外这些结构可能是符合设计需求的几个构型, 下面应用模糊规划寻找潜在的符合对象。

将归一化阻抗、 $\mu'$  极值频率和品质因数分别作为模糊子集, 相应的隶属函数曲线如图 2 所示, 实线为所选隶属函数曲线。由于归一化阻抗临近 1 的元素分布密度高, 因此选择式(5)为隶属函数形式, S6\_2 为第 7 个阻抗不匹配结构, 其阻抗值

表 1 21 种微结构构型参数

Tab. 1 Parameters of each microstructure

模型	归一化阻抗	$\mu'$ 极值频率/GHz	品质因数
S1	0.86453	6.09	1.01266
S2	0.03033	13.38	2.26395
S3	14.25440	9.10	10.91362
S4	0.00016	7.12	26.71429
S5	0.00469	15.58	3.27296
S6_1	1.45161	11.05	1.88545
S6_2	3.88782	14.49	0.36117
S7	7.71357	8.43	8.60465
S8	4.73935	12.71	4.19048
S9	2.02798	9.55	4.37137
S10	4.19601	17.99	2.07339
S11	1.02082	11.19	1.29700
S12	1.55337	8.72	5.05276
S13	0.00456	12.83	3.20377
S14	0.00038	4.99	3.37379
S15	4.04439	7.48	6.02620
S16	3.91923	11.87	24.27184
S17	1.12489	10.84	1.58430
S18	2.08217	14.27	2.01550
S19	2.49439	17.95	2.82127
S20	1.58509	15.5	1.84600
S21_1	1.32549	10.46	1.90840
S21_2	3.48261	14.56	0.62550

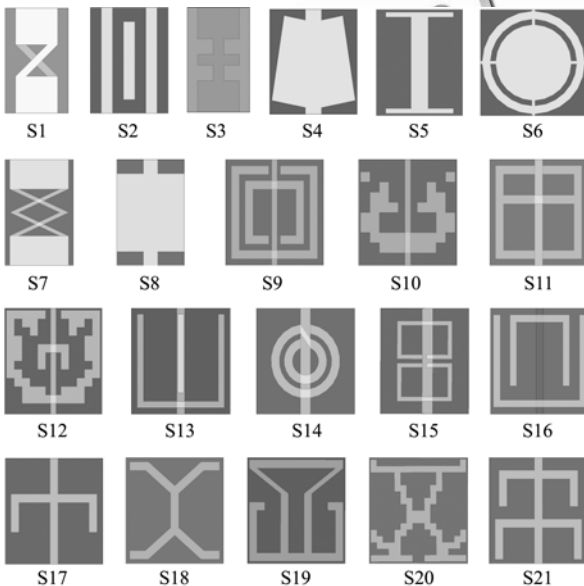


图 1 21 种左手材料构型的微结构

Fig. 1 21 kinds of left-handed material microstructures



为 3.88782, 设定其隶属度为 0.1,  $\mu(3.88782) = 0.1$ , 阻抗匹配最好的结构为 S11, 其归一化阻抗为 1.02082, 设定  $x_0 = 1.02082 - 1$ , 最终其隶属函数如式(8), 同理磁谐振频率的隶属函数  $\mu(14.49 - 10)\text{GHz} = 0.1$ ,  $x_0 = 10 - 9.55 = 0.45\text{ GHz}$ , 表示为式(9)。品质因数由于低值区间元素分布密度高, 因此选用式(4)形式为其隶属函数, 品质因数由大至小排序, S9 为第 7 个结构, 其品质因数为 4.37137, 因此设定  $\mu(4.37137) = 0.9$ 。  $x_0$  为最小的品质因

数值,  $x_0 = 0.36117$ , 计算得  $\alpha = 0.57418$ , 如式(10)。

$$\mu(x) = e^{-0.80313(|x-1|-0.02082)} \quad (8)$$

$$\mu(x) = e^{-0.56995(|x-10|-0.45)} \quad (9)$$

$$\mu(x) = 1 - e^{-0.57418(x-0.36117)} \quad (10)$$

计算个体的模糊约束优越集。对各子集施加不同权重,  $W1 = \{0.4, 0.3, 0.3\}$ , 模糊优越集为

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{f_1} = & \frac{0.50018}{S1} + \frac{0.44254}{S2} + \frac{0.53143}{S3} + \frac{0.55731}{S4} + \\ & \frac{0.44263}{S5} + \frac{0.67108}{S6\_1} + \frac{0.06999}{S6\_2} + \frac{0.45765}{S7} + \\ & \frac{0.36963}{S8} + \frac{0.74814}{S9} + \frac{0.22307}{S10} + \frac{0.72147}{S11} + \\ & \frac{0.72743}{S12} + \frac{0.50147}{S13} + \frac{0.45135}{S14} + \frac{0.41587}{S15} + \\ & \frac{0.47254}{S16} + \frac{0.75950}{S17} + \frac{0.38852}{S18} + \frac{0.35360}{S19} + \\ & \frac{0.44321}{S20} + \frac{0.78808}{S21\_1} + \frac{0.12645}{S21\_2} \end{aligned} \quad (11)$$

在此权重下模糊优越度由大至小前 7 位(即前 30%)的排序为  $\{S21\_1, S17, S9, S12, S11, S6\_1, S4\}$ 。同理权重为  $W2 = \{0.35, 0.35, 0.3\}$ ,  $W3 = \{0.4, 0.4, 0.2\}$  和  $W4 = \{0.45, 0.35, 0.2\}$  时, 模糊优越度排序分别为  $\{S21\_1, S9, S12, S17, S11, S6\_1, S4\}$ ,  $\{S12, S21\_1, S9, S17, S11, S6\_1, S4\}$  和  $\{S21\_1, S17, S12, S11, S9, S6\_1, S4\}$ 。根据不同权重, 可选出潜在的候选构型为  $\{S6\_1, S9, S11, S12, S17, S21\_1\}$ 。尽管排序有变化, 但仍将较适合的个体排在较前的位置, 利于进一步选择。若需进一步筛选, 针对不同权重, 模糊优越度较高的个体分别为 S21\_1 和 S12。若在此基础上选择双左手频带结构, 需增加约束优越集, 将双左手频带个体隶属度定义为 1, 其余为 0, 将条件模糊优越集进行积模糊判决。

#### 4 尺寸调整的贴片式左手材料结构选择

选中型结构为基结构, 微调其尺寸构成集合  $U$ 。要求磁谐振频率接近所需频点, 并具有较大左手带宽, 具有较高品质因数和较好阻抗匹配。集合论描述为, 给定双目标  $f_1: X_{\text{impedance}} \rightarrow Y_{\text{impedance}}, f_2: X_{Q \text{ factor}} \rightarrow Y_{Q \text{ factor}}, Y_{\text{impedance}}$  与  $Y_{Q \text{ factor}}$  分别代表个体的阻抗匹配度及品质因数的集合。双模糊约束集  $A_1: X_{f_{\text{resonant}}} \rightarrow A_{f_{\text{resonant}}}, A_2: X_{f_{\text{bandwidth}}} \rightarrow A_{f_{\text{bandwidth}}}$ 。  $A_{f_{\text{resonant}}}$  代表磁谐振频点与规定频点间距离最小的集合,  $f_{\text{resonant}} = 12\text{ GHz}$ ,  $A_{f_{\text{bandwidth}}}$  代表左手

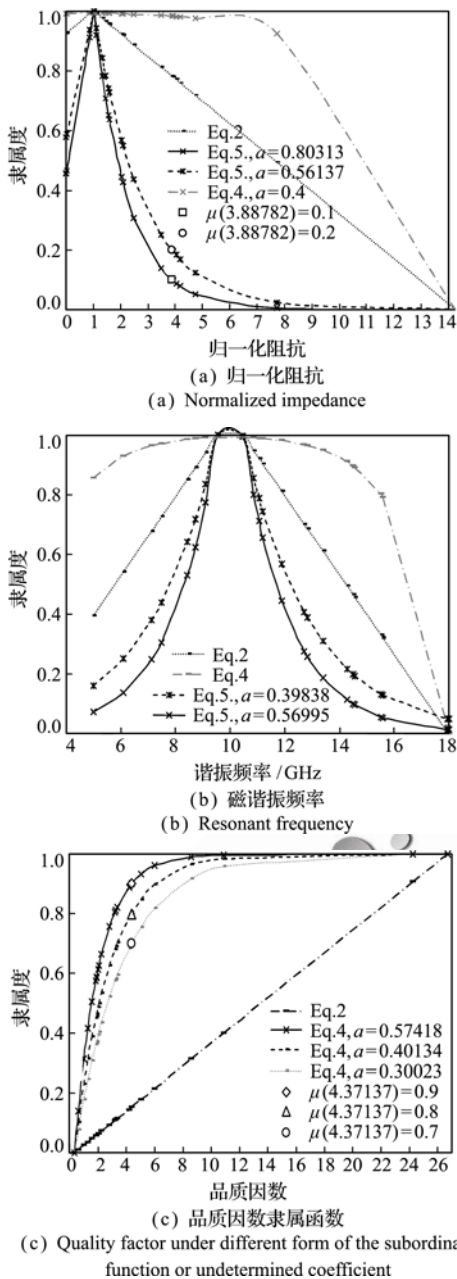


图 2 不同函数形式或待定系数时归一化阻抗、磁谐振频率和品质因数隶属函数曲线

Fig. 2 Subordinate function of the normalized impedance, the resonant frequency, and quality factor under different form of the subordinate function or undetermined coefficient

带宽最大的集合。选择  $u^*$ , 使其对  $\underline{A}_1$  与  $\underline{A}_2$  的隶属度及目标  $Y_{\text{impedance}}$  与  $Y_{Q\text{factor}}$  都尽量达到最高程度, 可表示为

$$\begin{aligned}
 & f_1 : X_{\text{impedance}} \rightarrow Y_{\text{impedance}}, f_2 : X_{Q\text{factor}} \rightarrow Y_{Q\text{factor}} \\
 & \underline{A}_1 : X_{f\_resonant} \rightarrow A_{f\_resonant}, \underline{A}_2 : X_{f\_bandwidth} \rightarrow A_{f\_bandwidth} \\
 & \underline{M}_f = \underline{M}_{f_1} \cap \underline{M}_{f_2}, \underline{A}_f = \underline{A}_1 \cap \underline{A}_2 \\
 & \exists u^* \in \underline{A}_f = (\underline{A} \cap \underline{M}_f) \subseteq U \\
 & \underline{A}_f(u^*) = \max_{u \in U} \underline{A}_f(u) \tag{12}
 \end{aligned}$$

通过方型贴片的增减实现结构尺寸的变化, 方形贴片构型的尺寸变化以 0.16 mm 为步长。为保证相邻贴片间的连接, 相邻贴片间留有 0.01 mm 的重叠区域, 各结构列入表 2。距离频点 12GHz 最小的前 9 个个体排序为 {F23, F3, F21, F17, F19, F6, F7, F10, F15}; 相对带宽、品质因数最大和阻抗匹配最好的前 9 个个体分别为 {F29, F13, F23, F4, F21, F10, F28, F30, F19}, {F29, F28, F30, F13, F4, F23, F21, F10, F15} 和 {F27, F14, F25, F3, F15, F8, F12, F24, F2}。至少有三个参数排序进入前 30% 的个体为 {F10, F15, F21, F23}, 这些个体符合设计要求的可能性更大。

非空集合  $U$  中各元素的参数列于表 2, 由于谐振频率在所需频点 12 GHz 附近区间频点较集中, 选用式(5)形式作为其隶属函数。同理由于一化阻抗小于 1 的区间内元素覆盖密度高, 选择式(5)作为其隶属函数形式, 隶属函数如式(13,14)所示。由于品质因数高数值区分布稀疏, 选用式(4)作为隶属函数形式, 系数  $\alpha = 1.37735$ ,  $x_0 = 1.47792$ , 隶属函数如式(15)。由于左手相对带宽元素覆盖区域较均匀, 选用式(2)作为隶属函数, 得到式(16)。

$$\mu(x) = e^{-1.51486(|x-12|-|11.98-12|)} \tag{13}$$

$$\mu(x) = e^{-8.52841(|x-11|-|1.00279-1|)} \tag{14}$$

$$\mu(x) = 1 - e^{-1.37735 \times |x-1.47792|} \tag{15}$$

$$\mu(x) = \frac{x-0.00217}{0.02706-0.00217} \tag{16}$$

对各子集施加不同的权重,  $W1 = \{0.25, 0.25, 0.25, 0.25\}$ ,  $W2 = \{0.2, 0.3, 0.3, 0.2\}$ ,  $W3 = \{0.3, 0.2, 0.2, 0.3\}$ , 可求得各模糊优越集。三种

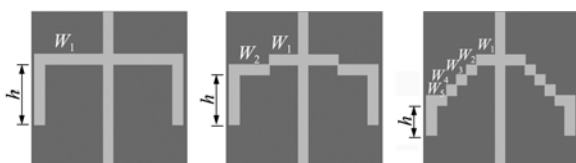


图 3 巾型结构的尺寸变化

Fig. 3 Adjustment on the size of the fork-shaped structure

表 2 巾型结构的尺寸及等效材料特性参数  
Tab. 2 Size and material parameters of fork-shaped structure

构型	频点/GHz	相对带宽	品质因数	归一化阻抗
F1	13.84	0.00217	1.47792	0.71305
F2	12.90	0.00851	2.20277	0.80482
F3	12.10	0.01565	2.94844	0.87494
F4	11.15	0.02230	3.37327	0.75634
F5	13.54	0.00369	1.71339	0.64947
F6	12.61	0.01109	2.39721	0.73218
F7	11.60	0.01803	3.03514	0.72732
F8	13.46	0.00891	2.32347	0.85365
F9	12.57	0.01349	2.67231	0.79513
F10	11.60	0.02060	3.22401	0.74712
F11	13.49	0.00815	2.14380	0.75848
F12	12.57	0.01506	2.83950	0.83237
F13	11.61	0.02395	3.45276	0.78855
F14	13.46	0.01259	2.74198	1.05926
F15	12.44	0.01761	3.14743	0.86818
F16	13.13	0.00913	2.27748	0.70084
F17	12.14	0.01643	2.93273	0.71585
F18	13.19	0.01210	2.51728	0.75345
F19	12.18	0.01881	3.10408	0.75643
F20	13.21	0.01285	2.51665	0.73198
F21	12.12	0.02133	3.30124	0.78649
F22	12.98	0.01231	2.50642	0.71947
F23	11.98	0.022401	3.37279	0.79917
F24	13.90	0.01220	2.62642	0.81816
F25	15.16	0.00791	2.18770	0.93632
F26	13.64	0.01244	2.54253	0.73613
F27	14.71	0.01625	3.14967	1.00279
F28	16.05	0.02043	3.66354	1.80699
F29	15.43	0.02706	4.89048	1.91627
F30	16.79	0.01895	3.57944	2.44550

权重下模糊优越度由大至小前9位(前30%)的排列顺序分别为{F23, F21, F3, F13, F27, F19, F15, F17, F10}, {F23, F21, F13, F3, F19, F27, F10, F15, F17}和{F23, F3, F21, F27, F19, F13, F17, F15, F10}。可选择符合要求的个体{F10, F15, F21, F23}。不同权重下,模糊优越度较高的个体为F23。

## 5 结 论

本文建立了一种快速选择左手超材料构型的方法。基于模糊数学,建立了目前已报道的左手超材料构型集合,并将其特性参数以一种隶属函数映射到 $[0, 1]$ 区间,用隶属度表示各元素对设计需求的符合度,给出了针对不同参数分布的隶属函数形式。基于本文提出的选择方法,设计分析了基于不同拓扑形式的左手超材料和基于不同尺寸的巾型结构的左手超材料两个算例,分析结果验证了本文提出的基于模糊规则的左手超材料构型选择方法的可行性。

## 参考文献(References):

- [1] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. *Physical Review Letters*, 2000, **84**(18):4184-4187.
- [2] Dincer F. Investigation and physical interpretation of H-shaped metamaterials in X-band waveguide for microwave filter applications [J]. *Journal of Electronic Materials*, 2015, **45**(1):812-819.
- [3] Islam M T, Islam M M, Samsuzzaman M, et al. A negative index metamaterial-inspired UWB antenna with an integration of complementary SRR and CLS unit cells for microwave imaging sensor applications [J]. *Sensors (Base)*, 2015, **15**(5):11601-11627.
- [4] 王海侠,吕英华,张洪欣,等.基于双Z形金属条的双入射型左手材料研究[J]. *物理学报*, 2011, **60**(3):214-219. (WANG Hai-xia, LÜ Ying-hua, ZHANG Hong-xin, et al. Study on double incidence left-handed material composed of double Z-shaped metal strips [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(3):214-219. (in Chinese))
- [5] Rhee J Y, Yoo Y J, Kim K W, et al. Metamaterial-based perfect absorbers [J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2014, **28**(13):1541-1580.
- [6] 孙振,竹有章,何星,等.“王”字型左手材料结构的设计与仿真[J]. *材料科学与工程学报*, 2013, **31**(1):107-111. (SUN Zhen, ZHU You-zhang, HE Xing, et al. Design and simulation of “Wang” character LHM structure [J]. *Journal of Materials Science and Engineering*, 2013, **31**(1):107-111. (in Chinese))
- [7] Zhu W R, Zhao X P, Gong B Y. Left-handed metamaterials based on a leaf-shaped configuration [J]. *Journal of Applied Physics*, 2011, **109**(9):3504-3508.
- [8] Fukusako T, Tanogashira Y. Various radiation patterns of planar antennas using arrayed dogbone-pair structures [A]. *Antenna Measurements & Applications (CAMA)* [C]. IEEE, 2014.
- [9] Li M H, Yang H L, Tian Y, et al. Dual bands of negative refractive indexes in the planar left-handed metamaterials [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2011, **323**(5):607-610.
- [10] Xiong Y, Russer J A, Che W. Dispersion analysis of a fishnet metamaterial based on the rotated transmission-line matrix method [J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2015, **9**(12):1345-1353.
- [11] Dong Y, Liu S. Topology optimization of patch-typed left-handed metamaterial configurations for transmission performance within the radio frequency band based on the genetic algorithm [J]. *Journal of Optics*, 2012, **14**(10):105101.
- [12] 许卫锴.左手材料微结构构型设计优化[D].大连理工大学, 2010. (XU Wei-kai. Design Optimization of Micro-Structural Configuration of Left-Handed Materials [D]. Dalian University of Technology, 2010. (in Chinese))
- [13] 白冬萍,张洁婷,邓晖. E型左手材料[J]. *微波学报*, 2012, **28**(2):71-74. (BAI Dong-ping, ZHANG Jie-ting, DENG Hui. A kind of E-shaped left-handed material [J]. *Journal of Microwave*, 2012, **28**(2):71-74. (in Chinese))
- [14] Lü J, Yan B, Liu M, et al. Numerical studies of a low-loss and broad-pass-band single-sided-structure left-handed metamaterial [J]. *Physical Review E*, 2009, **79**(1):017601.
- [15] Gao R, Shi P, Liu S, et al. A novel method to design single-sided left-handed metamaterials with a specific frequency band [J]. *Electronic Materials Letters*, 2014, **10**(1):31-35.
- [16] Wang W, Xu W K, Hai H. An effective method for designing new structural left-handed material based on topology optimization [J]. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2011, **53**(2):401-405.
- [17] 胡浩,李刚.演化算法求解桁架多目标拓扑优化的熟练速度研究[J]. *计算力学学报*, 2015, **32**(3):

301-306. (HU Hao, LI Gang. A convergence speed study on evolutionary algorithms for solving truss multi-objective topology optimization [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, **32**(3): 301-306. (in Chinese))

[18] Smith D R, Vier D C, Koschny T H, et al. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials [J]. *Physical Review E*, 2005, **71**(3): 036617.

## Fuzzy mathematics based strategy for selecting of the patched left-handed metamaterial microstructures

SHI Peng-fei, GAO Ren-jing, LIU Shu-tian\*

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,  
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** In this paper, the mechanism for selection of the microstructures of the patch left-handed metamaterials based on fuzzy math is proposed. A set with different topological configurations is obtained from the existing left-handed metamaterials structures. The characteristics of each structure in the set is mapped to  $[0, 1]$  interval through a certain subordinate function. The degree of the membership represents each structure's conformity to the designing demand. According to the membership degree of the fuzzy objectives and constraints, the fuzzy superiority set is obtained, which can be used to represent the suitable structures for the demand. The determination of the subordinate function of each fuzzy objective and constraint is discussed. In order to validate the feasibility of the method, one set containing the structures with different topology configurations and another consisting of the fork-shaped structures with different size are established. For different objectives and constraints, the superiority of the corresponding set is calculated. The result indicates that the proposed structure selection method can find the required structure configurations.

**Key words:** optimal design; left-handed metamaterial; microstructure design; multi objective optimization; fuzzy math

引用本文/Cite this paper:

史鹏飞, 高仁璟, 刘书田. 基于模糊数学的贴片式左手超材料微结构选择方法研究 [J]. *计算力学学报*, 2017, **34**(4): 440-446.

SHI Peng-fei, GAO Ren-jing, LIU Shu-tian. Fuzzy mathematics based strategy for selecting of the patched left-handed metamaterial microstructures [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(4): 440-446.