

DOI: 10.7511/jslx201704004

# 基于近场动力学理论的准脆性材料的 本构力函数的构建

石宏顺, 钱松荣\*, 原群盛, 徐婷, 张国浩

(贵州大学 机械工程学院, 贵阳 550025)

**摘要:**近场动力学理论(PD)是基于非局部思想的连续介质力学新理论,用于研究材料破坏问题。根据准脆性材料破坏的线性和非线性的力学行为,在初始微观弹脆性材料(PMB)的本构力函数中引入了键的损伤模型,将键的断裂过程分成了线性的弹性变形阶段和非线性的损伤变形阶段,以此构建了准脆性材料的本构力函数的基本形式。以典型的准脆性材料为例构建了其本构力函数,通过在压缩载荷下对含预制不同角度单裂纹缺陷的类岩材料的裂纹扩展进行PD数值模拟仿真,裂纹起裂位置和扩展方向与试样试验结果在一定程度上保持了一致,证明了该基于近场动力学理论的典型准脆性材料的本构力函数可用于该类材料的破坏分析。

**关键词:**近场动力学;键;准脆性材料;PMB;本构力函数

**中图分类号:**O313 **文献标志码:**A **文章编号:**1007-4708(2017)04-0422-06

## 1 引言

脆性材料是在外力作用下仅发生很小的变形就破坏的材料,理想脆性材料的变形可认为是线性不可恢复的。通常所说的脆性材料,如混凝土、陶瓷、玻璃、某些岩石和金属材料,在外载荷的作用下会出现裂纹形成、长大和汇合现象,在应力应变曲线表现为线弹性变形段后存在非线性段,即线性和非线性的力学行为,这类材料更为准确地称为准脆性材料<sup>[1]</sup>。裂纹是准脆性材料的破坏表现形式,传统的破坏力学在材料破坏的研究中面临诸多的难题,如微分形式的运动方程在求解过程中对材料的不连续(裂纹出现)问题出现解的奇异性,在数值计算中需要对分析对象进行网格划分和网格重构等。为了解决在研究中出现的问题,本文引入了近场动力学理论 PD(Peridynamic)。

近场动力学理论是由 Silling 提出的基于积分形式的运动方程的非局部连续介质力学新理论<sup>[2,3]</sup>,解决了传统破坏力学在研究材料破坏中存在的求解过程复杂、解存在奇异性以及算法上需要网格划分和重构的问题,是一门研究材料破坏的新

理论。基于键的近场动力学理论是近场动力学理论的一个分支,初始微观弹脆性材料 PMB(Prototype Microelastic Brittle Material)是该理论最初构建的典型材料模型,其本构力函数用线性的近场力与伸长量关系表述材料破坏的线性力学行为。准脆性材料和 PMB 材料的破坏均具有脆性破坏的特征,在基于键的近场动力学理论的应用中,通常将准脆性材料近似认为是 PMB 材料,将准脆性材料破坏的线性和非线性力学行为近似为线性的力学行为,如混凝土<sup>[4,5]</sup>和玻璃<sup>[6]</sup>,因而 PMB 材料的本构力函数不能准确反映准脆性材料破坏的力学行为。因此,本文改进了 PMB 材料的本构力函数,构建了与准脆性材料破坏的力学行为一致的本构力函数。

## 2 准脆性材料的本构力函数的构建

### 2.1 近场动力学基本理论

基于键的近场动力学理论是描述材料内一物质点与其近场区域  $R$  内的物质点的本构关系。如图 1 所示,物质点  $i$  与其近场区域内某一物质点  $j$  的关系也称为键,键中的两物质点  $i$  和  $j$  之间存在相互作用力称为近场力,用  $f$  来表示,也称为本构力函数<sup>[3]</sup>,该物质点与其近场区域内的所有物质点构成了数个键,这些键的关系构成了材料的本构关系。这种本构关系是以积分形式的运动方程表示,且满足牛顿第二定律。在  $t$  时刻,材料内某一物质点  $i$  与其近场区域内物质点  $j$  的本构关系的运动

收稿日期:2016-03-27;修改稿收到日期:2016-08-09.

基金项目:贵州省留学人员科技活动(黔人项目资助合同[2014]13号);贵州省联合基金(黔科合LH字[2014]7624号)资助项目.

作者简介:石宏顺(1992-),男,硕士生;  
钱松荣\*(1972-),女,硕士,教授,硕士生导师  
(E-mail:qiansongrong@163.com).

方程为

$$\rho[\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t) / \partial t^2] = \int_R \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) dV_j + \mathbf{b}(\mathbf{x}_i, t) \quad (\forall j \in R) \quad (1)$$

式中  $R$  为物质点  $i$  的近场区域,其区域的半径为  $\delta$ ,如图 1(a)所示,  $\rho$  为物质点  $i$  的密度,  $V_j$  为物质点  $j$  的体积,  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{x}_j$  为物质点  $i$  和  $j$  的位置,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t)$  和  $\mathbf{u}(\mathbf{x}_j, t)$  为物质点  $i$  和  $j$  的位移,位移对时间二次求导为加速度,用  $\boldsymbol{\xi}$  和  $\boldsymbol{\eta}$  表示物质点的相对位置和相对位移如式(2)和图 1(b)所示,  $\mathbf{b}(\mathbf{x}_i, t)$  为物质点  $i$  所受到的外力密度。以上为基于键的近场动力学理论的基本力学模型(简称 PD 模型),粗体字母表示矢量。

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i, \quad \boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}(\mathbf{x}_j, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t) \quad (2)$$

### 2.2 PMB 材料的本构力函数

PMB 材料的本构力函数,即是键中两物质点相互作用的近场力函数,如图 2 所示,具有三个主要特点,一是键中两物质点相互作用的近场力大小相等,方向相反;二是键仅有拉伸和压缩两种变形形式,当键拉伸变形时,键的伸长量  $s$  达到临界伸长量  $s_0$  后认为键断裂且不可恢复,但当键压缩变形时,键不会断裂;三是键的断裂是线性的力学行为,近场力  $f$  (标量)与伸长量  $s$  的关系是线性的。

PMB 材料的本构力函数本文不再推导,可参考文献[7],表示为

$$f(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} cs(\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}) / |\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}| & (s \leq s_0) \\ \mathbf{0} & \text{others} \end{cases} \quad (3)$$

式中  $c$  为微模量,为一常数,表示为

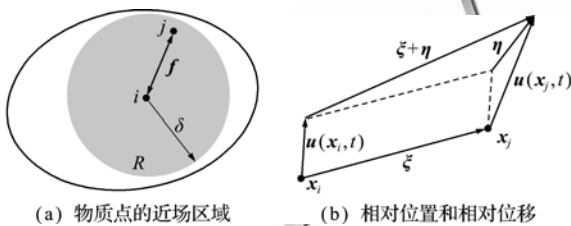


图 1 近场动力学理论的本构关系  
Fig. 1 Constitutive relationship of peridynamic theory

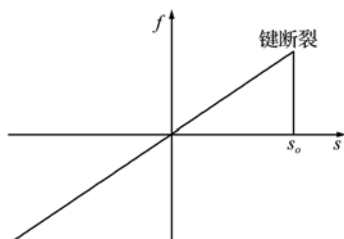


图 2 PMB 材料的本构力函数  
Fig. 2 Constitutive force function of PMB

$$c = 6E / [\pi \delta^4 (1 - 2\nu)] \quad (4)$$

式中  $\nu$  为泊松比,  $E$  为弹性模量,  $s$  为键的伸长量。

$$s = (|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}| - |\boldsymbol{\xi}|) / |\boldsymbol{\xi}| \quad (5)$$

键的断裂意味着裂纹的形成,用  $\varphi$  表示某一物质点的裂纹扩展情况,定义为该物质点近场区域内已断裂的键数  $N$  与键总数  $M$  的比值;  $0 \leq \varphi \leq 1$ ,  $0$  表示物质点不发生裂纹扩展,该物质点的所有键都未发生断裂,  $1$  表示物质点完全发生裂纹扩展,该物质点的键全部断裂,不再存在键的作用。

$$\varphi = N/M \quad (6)$$

### 2.3 准脆性材料的本构力函数的构建

准脆性材料的破坏是线性与非线性的力学行为,图 3 为典型的准脆性材料在单轴拉伸时的应力应变全曲线<sup>[8,9]</sup>,其破坏过程包含了线弹性变形 OA、非线性强化变形 AB 和应变软化变形 BC 三个基本阶段,线弹性变形阶段材料无损伤,非线性强化阶段材料分布损伤演化裂纹稳定扩展,应变软化阶段损伤局部化加剧裂纹不稳定扩展,压缩也类似。总之,准脆性材料的破坏是线性的弹性变形和非线性的损伤变形的过程,是线性和非线性的力学行为。

PMB 材料的本构力函数,描述了线性的力学行为。为了得到准脆性材料的本构力函数,根据其在破坏过程中的线性和非线性力学行为,对 PMB 材料的本构力函数进行改进,一是键的拉伸和压缩变形均可导致键断裂;二是键的断裂是损伤积累的变形过程,是线性和非线性的力学行为,近场力  $f$  与伸长量  $s$  关系是线性和非线性的,线性描述的是键的弹性变形,非线性描述的是键的损伤变形。

于是,在 PMB 材料的本构力函数中引入损伤变量  $D$ ,描述键的损伤情况,也称为键的损伤模型,该模型将键的断裂过程分成了线性无损伤的弹性变形阶段和非线性的损伤变形阶段,弹性变形阶段近场力与伸长量是线性关系,损伤变形阶段近场力与伸长量是非线性关系。该损伤模型是一个开

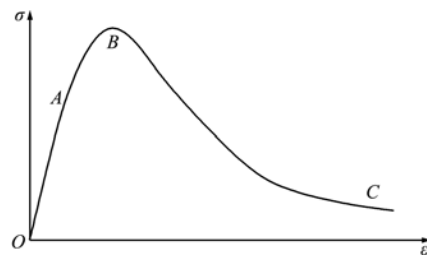


图 3 典型的准脆性材料单向拉伸的应力应变全曲线  
Fig. 3 Complete stress-strain curve of typical quasi-brittle materials under uniaxial tensile load

放型函数,可以根据不同准脆性材料破坏的力学行为来构建。具有线性和非线性的力学行为的准脆性材料本构力函数的基本形式为

$$f(\eta, \xi) = \begin{cases} cs(1-D) \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} & (s_c \leq s \leq s_t) \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (7)$$

以典型的准脆性材料破坏的力学行为构建其本构力函数为例,近场力与伸长量和应力与应变均为力与变形的关系,均表述了材料破坏的力学行为,其线性和非线性的关系应是基本一致的。于是,将准脆性材料的本构力函数与图 3 典型的准脆性材料的应力应变全曲线进行拟合,得到典型的准脆性材料的本构力函数(图 4),线性段描述键的弹性变形阶段,无损伤;非线性段描述键的损伤变形阶段,非线性损伤。 $s_{et}$  和  $s_{ec}$  分别为键拉伸和压缩时线弹性伸长量,对应弹性变形;  $s_{ot}$  和  $s_{oc}$  分别为键拉伸和压缩时的临界伸长量,对应近场力最大值;  $s_t$  和  $s_c$  分别为键拉伸和压缩时断裂伸长量,对应键断裂。以键的拉伸  $s > 0$  为例,键的断裂过程包括线性的弹性变形阶段  $s \leq s_{et}$ 、非线性强化变形阶段  $s_{et} < s \leq s_{ot}$  和伸长量软化变形阶段  $s_{ot} < s \leq s_t$ , 线性与非线性的近场力与伸长量关系描述了键的断裂过程,这与典型的准脆性材料破坏的线性与非线性的力学行为保持了一致。

根据典型的准脆性材料的本构力函数关系,损伤变量  $D$  通过数学拟合得到

$$D = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{s - s_{ec}}{s_{oc}}\right] & (s_c \leq s < s_{ec}) \\ 0 & (s_{ec} \leq s \leq s_{et}) \\ 1 - \exp\left[-\frac{s - s_{et}}{s_{ot}}\right] & (s_{et} < s \leq s_t) \end{cases} \quad (8)$$

在式(8)和图 5 键的损伤变量与伸长量关系中,当伸长量小于线弹性伸长量时,键不会出现损伤;当伸长量大于线弹性伸长量后,损伤随伸长量呈指数增长,最后直至键断裂,这是典型的准脆性材料的

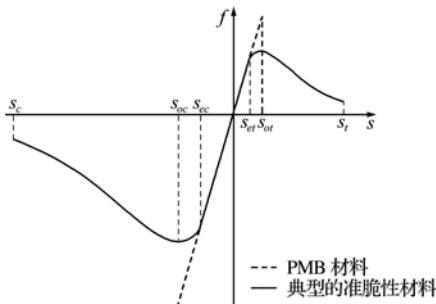


图 4 典型的准脆性材料本构力函数

Fig. 4 Constitutive force function of typical quasi-brittle materials

键的损伤模型,这一损伤模型与 Mazars<sup>[10]</sup>的指数形式损伤模型及钱济成等<sup>[11]</sup>的损伤模型类似。

将式(8)代入式(7)得到了典型的准脆性材料 PD 模型的本构力函数。

$$f(\eta, \xi) = \begin{cases} cs \exp\left[-\frac{s - s_{ec}}{s_{oc}}\right] \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} & (s_c \leq s < s_{ec}) \\ cs \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} & (s_{ec} \leq s \leq s_{et}) \\ cs \exp\left[-\frac{s - s_{et}}{s_{ot}}\right] \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} & (s_{et} < s \leq s_t) \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (9)$$

### 3 数值计算方法

如图 1 所示,材料中某一物质点的近场区域,是由无数的带有一定物性信息(材料性能参数、位移和加速度等)的物质点构成,为了便于计算,将材料离散成数量有限、规格统一、排列方式简单的小立方体,如图 6 所示,本文称为点单元,点单元边长为  $\Delta x$ , 这些点单元构成了分析对象的基本结构模型。该离散处理方法,不需要像有限元法划分复杂的网格,同时具有无网格法的优点。

积分求解在数值计算中是用离散求和的形式来求解,于是近场动力学积分形式的运动方程简化成求和形式,式(1)可写成

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^n}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^{M_i} \mathbf{f}(\mathbf{u}_j^n - \mathbf{u}_i^n, \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) V_j + \mathbf{b}^n(\mathbf{x}_i, t) \quad (10)$$

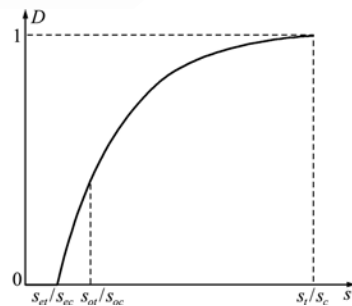


图 5 键的损伤变量与伸长量关系

Fig. 5 Relationship of damage variable and stretch in a bond

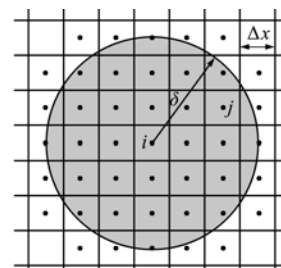


图 6 离散化处理

Fig. 6 Discretized

式中  $t$  为时刻,  $n$  为时间步数,  $M_i$  为点单元  $i$  近场区域内点单元  $j$  的数量, 也为其近场区域内键的总数,  $V_j$  为处于近场区域内点单元  $j$  的体积, 对于处于近场区域边界上的点单元, 既有包含在区域内的部分又有不在区域内的部分, 为了便于计算, 参考文献[12], 点单元  $j$  的体积表示为

$$V_j = \begin{cases} \Delta x^3 & (|\xi| \leq \delta - 0.5\Delta x) \\ [(\delta + 0.5\Delta x - |\xi|)/\Delta x]\Delta x^3 & (\delta - 0.5\Delta x < |\xi| \leq \delta + 0.5\Delta x) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

式中  $\mathbf{u}_i^n = \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t^n)$ , 点单元的位移和速度可采用中心差分法进行求解, 速度中心差分公式为

$$\dot{\mathbf{u}}_i^n = \frac{\partial \mathbf{u}_i^n}{\partial t} = \frac{\mathbf{u}_i^{n+1} - \mathbf{u}_i^{n-1}}{2\Delta t} \quad (12)$$

加速度中心差分公式为

$$\ddot{\mathbf{u}}_i^n = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^n}{\partial t^2} = \frac{\mathbf{u}_i^{n+1} - 2\mathbf{u}_i^n + \mathbf{u}_i^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (13)$$

式中  $\Delta t$  为时间步长, 其大小会直接影响计算结果稳定性, 参考文献[13]可有

$$\Delta t \leq \beta_{\text{safe}} (|\xi|)_{\min} / (c_k)_{\max} \quad (14)$$

式中  $c_k = \sqrt{K/\rho}$ ,  $K$  为材料的体积模量,  $\beta_{\text{safe}}$  为安全因子, 一般取 0.8。

裂纹扩展情况通常由式(6)表示, 在时间步  $n$ , 点单元  $i$  的裂纹扩展情况, 数值计算可写成

$$\varphi_i^n = N_i^n / M_i \quad (15)$$

式中  $N_i^n$  为时间步  $n$  下点单元  $i$  已断裂的键的数量。

在  $t=0$  时, 若已知  $\dot{\mathbf{u}}_i^0, \mathbf{u}_i^0, \mathbf{u}_i^0$  和  $\mathbf{b}^0(\mathbf{x}_i, t)$ , 由式(10,11)求解当前时间步点单元的加速度  $\ddot{\mathbf{u}}_i^0$ , 再由式(12,13)求解下一时间步点单元的初始位移  $\mathbf{u}_i^1$ , 并统计当前时间步键断裂数量  $N_i^1$ , 用式(15)表示当前时间步点单元裂纹扩展情况  $\varphi_i^0$ , 同理依此类推, 最后得到该结构所有点单元的速度、加速度、位移和裂纹扩展情况等参数。此过程为数值求解的整个过程, 更详细的求解过程可参考文献[14], 文献提供了求解流程, 可依据于此进行程序设计。

### 4 实例分析

为了验证本文构建的典型准脆性材料 PD 模型的本构力函数, 通过试样试验和 PD 数值模拟仿真得到的裂纹扩展结果进行对比分析。本文采用了 Yang 等[15]的分析模型, 如图 7 所示, 含有角度  $\alpha$  为  $30^\circ/45^\circ/60^\circ$ , 宽度均为 1 mm, 长度均为 28 mm,

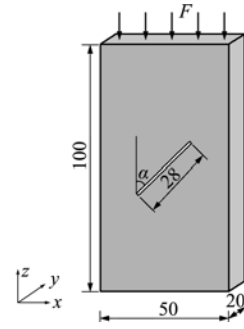


图 7 含预制单裂纹结构模型(单位:mm)  
Fig. 7 A single pre-existing crack model(unit:mm)

预制单条裂纹的类岩材料的压缩试验, 顶部受到位移加载, 底部  $z$  轴方向固定约束。类岩材料是典型的准脆性材料, 其材料参数弹性模量 4.71GPa, 密度 1810 kg/m<sup>3</sup>, 泊松比 0.18, 抗拉强度 1.5 MPa, 抗压强度 12.57 MPa。

试样试验以文献[15]所提供的试验结果, 其试验条件为材料受到位移加载以 0.25 mm/min 进行压缩试验。数值模拟仿真分析通过 PD 理论的数值计算方法进行, 假定材料是均匀、各向同性的, 将模型进行离散化处理, 点单元边长  $\Delta x=1$  mm, 近场区域半径  $\delta=3\Delta x$ , 含  $30^\circ/45^\circ/60^\circ$  预制裂纹结构离散后分别有 107646/107772/107226 个点单元; 以 0.000025 mm/时间步进行压缩加载, 时间步长  $\Delta t=10^{-7}$  s, 临界伸长量近似等于根据抗拉压强计算得到的应变值  $s_{ot}=3.19 \times 10^{-4}$ ,  $s_{oc}=-2.67 \times 10^{-3}$  且  $s_{et}=0.3s_{ot}$ ,  $s_{ec}=0.3s_{oc}$ ,  $s_t=6s_{ot}$ ,  $s_c=6s_{oc}$ 。以典型的准脆性材料的本构力函数构建 PD 模型, 并通过 PD 理论的数值计算方法, 以程序设计的方式实现了对该材料破坏的模拟仿真, 分别对含  $30^\circ/45^\circ/60^\circ$  预制裂纹结构计算 11500/8000/5000 时间步后, 得到的裂纹扩展仿真结果和 Yang 等[15]的试样试验结果如图 8 所示。

图 8 展示了试样试验和 PD 数值模拟仿真在压缩载荷作用下类岩材料的裂纹扩展情况结果, 通过 PD 数值模拟仿真得到的裂纹与试样试验产生的裂纹有一定程度的一致性, 如裂纹起裂位置和裂纹扩展方向。但是, 也存在一些差异性, 主要由以下几个方面造成, 一是近场动力学理论认为材料是各向同性, 而试样实际上是各向异性材料, 如材料的非均匀性和成分性能差异性; 二是近场动力学理论是从宏观尺度来描述材料破坏, 未从材料的微观尺度分析原子和分子对材料破坏影响力学行为, 以及微观尺度上分析试样自身存在的微孔洞、微裂纹及晶界对材料破坏的影响。

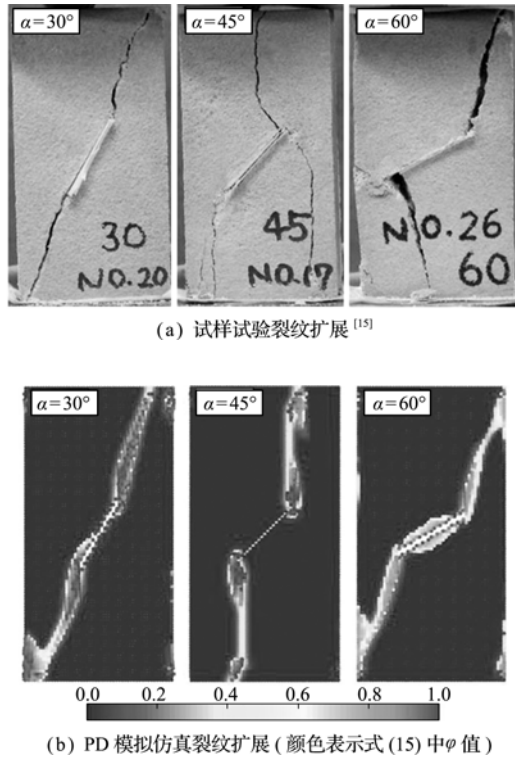


图8 含预制 $30^\circ/45^\circ/60^\circ$ 单裂纹类岩材料压缩试验结果  
Fig. 8 Compression experiment results of rock-like material with pre-existing single crack in  $30^\circ/45^\circ/60^\circ$

总的来说,通过试样试验与PD模拟仿真结果对比,模拟仿真结果与实际试验结果具有一定程度上的一致性,也证明了该典型的准脆性材料PD模型的本构力函数用于该类材料破坏分析是可行的。

## 5 结论

(1) 本文根据准脆性材料破坏的线性和非线性力学行为,在PMB材料的本构力函数中引入了键的损伤模型来描述键的断裂过程,构建了具有线性和非线性力学行为的准脆性材料的PD模型的本构力函数的基本形式。该本构力函数认为,键的拉伸和压缩变形均可导致键断裂;键的断裂是损伤积累的变形过程,是线性和非线性的力学行为,近场力与伸长量关系是线性和非线性的,线性描述的是键的弹性变形,非线性描述的是键的损伤变形。并以典型的准脆性材料为例构建了其本构力函数,通过试样试验和PD数值模拟仿真,对比了在压缩载荷下对含预制 $30^\circ/45^\circ/60^\circ$ 三种不同角度单裂纹缺陷的类岩材料的裂纹扩展情况,裂纹起裂位置和裂纹扩展方向有一定程度的一致性,也证明了该典型的准脆性材料的本构力函数可用于该类材料的破坏分析。

(2) 本文构建了准脆性材料PD模型的本构

力函数的基本形式,键的损伤模型是开放型函数,可根据材料破坏的实际力学行为进行拟合新的损伤模型,以此构建的材料的本构力函数可以应用到各种准脆性材料破坏的研究中去。

(3) 近场动力学理论是基于理想条件下的力学理论,一定程度上揭示了材料破坏的宏观力学行为。通过本文的实例分析,理论结果与实际试样试验结果存在差异性,这种差异性来源于近场动力学理论基于向同性和宏观力学行为来阐述材料的破坏机理,而未对实际材料的各向异性、微观和细观力学行为进行深度建模研究材料破坏。这也是该理论存在的问题,也是近场动力学理论需要完善的。

## 参考文献(References)

- [1] 冯西桥,余寿文. 准脆性材料细观损伤力学[M]. 北京:高等教育出版社,2002. (FENG Xi-qiao, YU Shou-wen. *Damage Micromechanics of Quasi-Brittle Materials* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. (in Chinese))
- [2] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, **48**(1): 175-209.
- [3] 黄丹,章青,乔丕忠,等. 近场动力学方法及其应用[J]. 力学进展, 2010, **40**(4): 448-459. (HUANG Dan, ZHANG Qing, QIAO Pi-zhong, et al. A review on peridynamics(PD) method and its application [J]. *Advances in Mechanics*, 2010, **40**(4): 448-459. (in Chinese))
- [4] Gerstle W H, Sau N, Sakhavand N. On peridynamic computational simulation of concrete structures[J]. *ACI Special Publication*, 2009, **65**: 245-264.
- [5] 沈峰,章青,黄丹,等. 基于近场动力学理论的混凝土轴拉破坏过程模拟[J]. 计算力学学报, 2013, **30**(s1): 79-83. (SHEN Feng, ZHANG Qing, HUANG Dan, et al. Damage and failure process of concrete structure under uniaxial tension based on peridynamics modeling [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, **30**(s1): 79-83. (in Chinese))
- [6] Ha Y D, Bobaru F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics [J]. *International Journal of Fracture*, 2010, **162**(1): 229-244.
- [7] Silling S A, Askari E. A meshfree method based on

- the peridynamic model of solid mechanics[J]. *Computers and Structures*, 2005, **83**(17):1526-1535.
- [8] Shah S P, Swartz S E, Ouyang C S. *Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials* [M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1995.
- [9] 陈健云,白卫峰.考虑动态应变率效应的混凝土单轴拉伸统计损伤模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, **26**(8):1603-1611. (CHEN Jian-yun, BAI Wei-feng. Statistical damage model of concrete under uniaxial tension considering dynamics strain-rate effect [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, **26**(8):1603-1611. (in Chinese))
- [10] Mazars J. Application of the Damage Mechanics to the Nonlinear Behavior and the Rupture of the Concrete Structure [D]. Paris University, 1984.
- [11] 钱济成,周建方.混凝土的两种损伤模型及其应用[J]. *河海大学学报*, 1989, **17**(3):40-47. (QIAN Ji-cheng, ZHOU Jian-fang. Two concrete damage models and their application [J]. *Journal of Hohai University*, 1989, **17**(3):40-47. (in Chinese))
- [12] Madenci E, Oterkus E. *Peridynamic Theory and Its Applications* [M]. West-Berlin: Springer, 2014.
- [13] Yu K B. Enhanced Integration Method for the Peridynamic Theory [D]. Kansas State University, 2011.
- [14] 樊淋.基于Peridynamic理论在材料可靠性数值方法的研究[D].贵州大学, 2015. (FAN Lin. Research on Numerical Methods for the Reliability of Materials Based on the Peridynamic Theory [D]. Guizhou University, 2015. (in Chinese))
- [15] Yang L, Jiang Y J, Li B, et al. Application of the expanded distinct element method for the study of crack growth in rock-like materials under uniaxial compression [J]. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 2012, **6**(2):121-131.

## Construction of the constitutive force function of quasi-brittle materials based on the peridynamic theory

SHI Hong-shun, QIAN Song-rong\*, YUAN Qun-sheng, XU Ting, ZHANG Guo-hao  
(School of Mechanical Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

**Abstract:** Peridynamic (PD) theory is a new non-local continuum mechanics theory, which can be used for studying material failure. Based on the linear and nonlinear mechanical behavior of failure process of quasi-brittle materials, the basic form constitutive force function of the quasi-brittle material was built by introducing the damage model of bond, which divided the fracture process of the bond into the linear elastic deformation stage and the nonlinear damage deformation stage, into the constitutive force function of the prototype microelastic brittle (PMB) material. Then, a typical quasi-brittle material was used as an example to build this constitutive force function. Experiment and PD numerical simulation of crack growth in rock-like material model with pre-existing single crack at different angles under a compression load were conducted. The results showed that the position of crack initiation and the direction of crack propagation were consistent to some extent, and verified that the constitutive force function of the typical quasi-brittle material was suitable for failure analysis.

**Key words:** peridynamic; bond; quasi-brittle material; prototype microelastic brittle material; constitutive force function

引用本文/Cite this paper:

石宏顺,钱松荣,原群盛,等.基于近场动力学理论的准脆性材料的本构力函数的构建[J]. *计算力学学报*, 2017, **34**(4):422-427.

SHI Hong-shun, QIAN Song-rong, YUAN Qun-sheng, et al. Construction of the constitutive force function of quasi-brittle materials based on the peridynamic theory [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(4):422-427.