

DOI: 10.7511/jslx201704002

# 基于主成分分析的结构不确定性建模与传播研究

刘杰\*, 谢凌, 卿宏军, 刘浩

(湖南大学 机械与运载工程学院 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 长沙 410082)

**摘要:** 基于主成分分析提出一种新的结构不确定性建模方法。首先,对结构不确定性参数的样本数据进行主成分分析,获取正交化的特征向量;其次,以特征向量方向为新坐标系,将样本数据向其投影;最后,计算新坐标系下样本的边界值,并建立相应的非概率区间模型,从而实现结构参数不确定性建模。基于主成分分析建立的不确定性模型相对紧凑,且在建模的同时能将相关参数转换为互不相关参数,使得不确定性传播问题可以便捷高效求解。两个算例及与传统区间模型和平行六面体模型的不确定性传播比较,验证了本文方法的正确性和有效性。

**关键词:** 不确定性建模;主成分分析;非概率凸模型;不确定性传播;区间模型;相关性

**中图分类号:** O342;O212.1      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1007-4708(2017)04-0411-06

## 1 引言

对于大多数工程实际问题,由于结构的复杂性、材料的离散性,以及制造、安装和测量误差等原因,不可避免地存在不确定性因素。虽然多数情况下结构参数的不确定性较小,但多个参数的不确定性耦合将有可能导致系统响应产生不可忽略的偏差<sup>[1,2]</sup>。因此,如何准确合理地对结构参数的不确定性进行建模,正确客观地估计和评价不确定性因素对结构响应的影响,对于工程结构的性能分析和设计将具有十分重要的实际意义。

目前,对结构参数的不确定性进行度量较为成熟的方法是概率方法,但构建参数精确的联合概率分布需要大量的样本信息,这导致概率方法在复杂的高维不确定性参数问题中很难有效实施<sup>[3-5]</sup>。由于实际工程中不确定性参数的边界往往容易获取,因此,近几十年来基于边界度量的非概率不确定性建模方法得到快速发展。Elishakoff等<sup>[6,7]</sup>较早提出了基于非概率凸模型的不确定性分析方法,该方法假定参数的不确定域属于一凸集,因此只需较少样本来获取不确定性参数的边界,而非其精确的概率分布。邱志平等<sup>[8,9]</sup>以区间数学为理论基础,发展了基于区间的结构不确定性建模及分析方法。Ganzerli等<sup>[10]</sup>研究了基于椭球凸模型的不确定性

度量方法。考虑非概率凸模型的相关性,Jiang等<sup>[11]</sup>引入了协方差矩阵来表征不确定性参数之间的相关程度,提出了一种高效的多维椭球凸模型构建方法。Kang等<sup>[12]</sup>基于原始样本数据集提出一种最小体积椭球凸模型的构建方法,将不确定参数分成若干组并在每组中将原问题转化为半定规划(SDP)问题。刘浩等<sup>[13]</sup>针对传统凸模型方法仅能给出结构响应边界的局限性,提出了一种基于伪概率度量的结构响应不确定性分析方法。随着研究工作的不断继续深入,Jiang等<sup>[14,15]</sup>提出一种更为一般的非概率凸模型,即多维平行六面体模型,该模型通过参数的边缘区间及任意两个参数间的相关性信息构造不确定域,适用于复杂多源不确定性问题的建模。对于上述主要的非概率不确定性模型,区间模型利用参数的上下边界建立超立方体来度量参数的不确定性,这忽略了参数间的相关性,所建的不确定性模型过于保守。椭球凸模型虽然考虑了不确定性参数的相关性,但不能对独立参数的不确定性进行描述。平行六面体模型虽将独立参数和相关参数在一个统一的框架下进行不确定性度量,但其建模过程较为复杂,需先获取任意两变量的边缘区间与相关性,且难以通过简单的数学函数来描述。

在样本信息相对缺乏的情况下,为了更有效地对结构参数的不确定性进行建模及度量,本文基于主成分分析 PCA (Principal Component Analysis)<sup>[16,17]</sup>提出一种新的区间凸集不确定性建模方法。该方法通过整体样本数据的主成分分析获取其特征向量方向,并以特征向量方向作为新坐标系

收稿日期:2016-04-18;修改稿收到日期:2016-10-16.

基金项目:国家自然科学基金(11572115);中央高校基本科研业务费;湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验自主研究课题(51475003)资助项目.

作者简介:刘杰\*(1979-),男,副教授,博士生导师  
(E-mail:liujie@hnu.edu.cn).

建立区间模型。该方法在多维参数空间中建立的超立方体模型能更为紧凑地包络样本数据,且在建模的同时能将相关参数转换为互不相关参数,这使得不确定性传播等问题的求解更为便捷。

## 2 区间模型和平行六面体模型

对于  $n$  维不确定性参数  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ , 通过对其有界闭区间及中点和半径的描述, 可建立相应的区间不确定性度量模型<sup>[6]</sup>, 即

$$\begin{cases} \mathbf{X} \in \mathbf{X}^I = \{\mathbf{X} | \mathbf{X}^L \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^U\} \\ \mathbf{X}^C = (\mathbf{X}^U + \mathbf{X}^L)/2 \\ \mathbf{X}^W = (\mathbf{X}^U - \mathbf{X}^L)/2 \end{cases} \quad (1)$$

式中 上标  $I, U, L, C$  和  $W$  分别为不确定性参数的区间、上界、下界、中点和半径。以二维问题为例, 区间模型如图 1 所示, 图中区间模型仅关注样本的边界, 而对不确定性参数之间的相关性缺乏考虑。因此, 区间模型包络样本往往不够紧凑, 是一种偏保守的不确定性度量模型。

平行六面体模型是较区间模型更为一般的不确定性模型, 不仅考虑了各不确定性参数的边缘区间, 而且考虑了任意两个参数之间的相关性<sup>[11]</sup>。对于如图 1 所示的二维问题, 平行六面体模型退化为平行四边形模型, 其相关性可用二维参数  $X_1$  和  $X_2$  之间的相关角  $\theta_{12}$  来描述, 且相关角的范围为

$$\theta_{12} \in \left[ \arctan \frac{X_2^W}{X_1^W}, \pi - \arctan \frac{X_2^W}{X_1^W} \right] \quad (2)$$

当  $\theta_{12} < 90^\circ$  时, 参数  $X_1$  与  $X_2$  正相关; 当  $\theta_{12} = 90^\circ$  时, 参数  $X_1$  与  $X_2$  相互独立, 平行四边形模型退化为区间模型; 当  $\theta_{12} > 90^\circ$  时, 参数  $X_1$  与  $X_2$  负相关。在相同样本情况下, 基于平行六面体模型得到的不确定域明显小于基于区间模型所得的不确定域, 但平行六面体模型难以通过简单的数学函数来描述, 且进行不确定性分析时, 需进行仿射坐标变换<sup>[18]</sup>, 因此其不确定性建模及分析过程较为复杂。

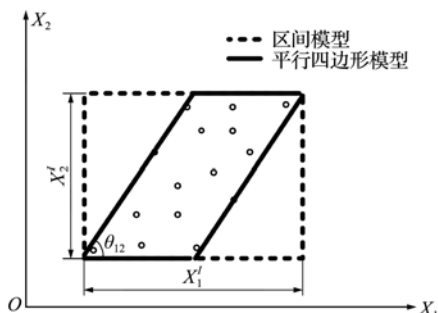


图 1 二维区间模型与平行四边形模型

Fig. 1 2D interval model and parallelogram model

## 3 基于主成分分析的不确定性建模

为了更便捷高效地建立相对紧凑的结构参数不确定性模型, 提出一种基于主成分分析的不确定性建模方法, 其主要过程为: 对样本数据进行主成分分析, 获取基于样本特征向量的不确定性建模坐标系; 将相关的不确定性参数样本向新坐标系投影, 并计算其在新坐标系下的边界值, 由此建立相应的区间凸集模型。

设  $n$  维不确定性参数域内有  $m$  个样本点, 即  $\mathbf{X} = (X_1^{(j)}, X_2^{(j)}, \dots, X_n^{(j)})^T, j = 1, 2, \dots, m$ , 对样本数据进行中心化处理, 并记为矩阵形式  $\mathbf{X}^*$ , 即

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}} \quad (3)$$

式中

$$\bar{\mathbf{X}} = \{\bar{X}_1^{(k)}, \bar{X}_2^{(k)}, \dots, \bar{X}_n^{(k)}\}_{n \times m}^T \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

$$\bar{X}_i^{(k)} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m X_i^{(j)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

中心化后样本数据  $\mathbf{X}^*$  的协方差矩阵  $\mathbf{C}_{X^*}$  为

$$\mathbf{C}_{X^*} = \frac{1}{n} \mathbf{X}^* \mathbf{X}^{*T} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (5)$$

计算协方差矩阵  $\mathbf{C}_{X^*}$  的特征值及相应的特征向量。将特征值按从大到小的顺序排列, 则相应的特征向量  $\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n\}$  可作为样本数据空间的正交基底, 其中第  $i$  个特征向量为  $\mathbf{p}_i = (p_{1i}, p_{2i}, \dots, p_{ni})^T$ 。以特征向量对应的基方向构成新的不确定性建模坐标系, 并将中心化后样本数据向其投影, 即

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}^* \quad (6)$$

式中  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T$  为转换后的不确定性参数, 且其任意两参数间互相关系数为零。该不确定性坐标系的特征为坐标轴  $\mathbf{p}_1$  对应的方向为原样本数据方差最大的方向, 坐标轴  $\mathbf{p}_2$  对应的方向为原样本数据方差次大的方向, 依次类推。

计算新坐标系下转换后不确定性参数样本的边界值, 即

$$\begin{cases} Y_i^U = \max_j Y_i^{(j)} \\ Y_i^L = \min_j Y_i^{(j)} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

故以样本协方差矩阵的特征向量为不确定性建模坐标系, 并结合新坐标系下的不确定性参数的上下边界, 建立如下新的区间模型, 即

$$\begin{cases} \mathbf{Y} \in \mathbf{Y}^I = \{\mathbf{Y} | \mathbf{Y}^L \leq \mathbf{Y} \leq \mathbf{Y}^U, \mathbf{Y} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}^*, \mathbf{X}^* = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}\} \\ \mathbf{Y}^C = (\mathbf{Y}^U + \mathbf{Y}^L)/2 \\ \mathbf{Y}^W = (\mathbf{Y}^U - \mathbf{Y}^L)/2 \end{cases} \quad (8)$$

为了后续表述的方便,将式(8)所建立的不确定性模型称为 PCA 区间模型。以二维问题为例,PCA 区间模型如图 2 所示,可以看出该模型确定的不确定域也相对紧凑。但需指出的是并非所有情况下的 PCA 区间模型所确定的不确定域都完全包含在传统区间模型内部,部分区域有可能在传统区间模型区域之外。

根据主成分分析的特性,式(8)所建立的 PCA 区间模型具有如下性质。

(1) 转换后的不确定性参数相互线性无关,即任意两参数间的相关系数  $\text{Corr}(Y_i, Y_j) = 0, i \neq j$ 。

(2) 转换后的不确定性参数与原不确定性参数间的相关性可用特征向量中的参数表示,即  $\text{Corr}(Y_i, X_j) = p_{ij} = p_{ji}$ 。

(3) PCA 区间模型中不确定性参数的区间半径逐次递减,即  $Y_1^w \geq Y_2^w \geq \dots \geq Y_n^w$ 。

由上述性质可知,基于主成分分析的不确定性建模过程,不仅更为便捷有效地实现了结构参数的不确定性度量,而且将相关的不确定性结构参数转化为互不相关且区间半径逐次递减的参数,这一性质为不确定性参数的降维提供了可能途径。对于二维问题,当原不确定性参数相关程度较高时,特别是当参数完全线性相关时,若基于传统区间模型,建立的不确定域仍为一矩形,则在此模型进行不确定性分析明显过于保守;若基于平行六面体模型,虽然可分析其相关性,但也不能实现降维处理;对于 PCA 区间模型,则可以实现不确定性参数的降维,这使得不确定性传播等问题的分析更为简捷合理。

#### 4 基于PCA区间模型的不确定性传播

设不确定性结构响应函数的表达式为

$$g(\mathbf{X}), \mathbf{X} \in \Omega \quad (9)$$

式中  $\Omega$  为参数不确定域,需根据样本利用不确定

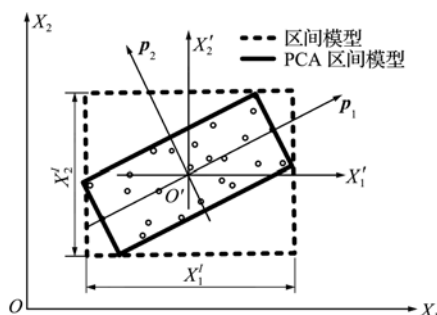


图 2 二维区间模型与 PCA 区间模型

Fig. 2 2D interval model and PCA interval model

性建模方法对其进行度量。对不确定性参数  $\mathbf{X}$  进行转化和 PCA 建模,则新坐标系下的结构响应函数  $G$  为

$$g(\mathbf{X}) = g[V(\mathbf{X})] = G(\mathbf{Y}), \mathbf{Y} \in \Omega'' \quad (10)$$

式中  $\Omega''$  表示 PCA 区间模型确定的不确定域,为新坐标系下的一超立方体,  $V$  为转换函数,且有

$$\mathbf{V}: \mathbf{X} = \mathbf{X}^* + \bar{\mathbf{X}} = (\mathbf{P}^T)^{-1} \mathbf{Y} + \bar{\mathbf{X}} \quad (11)$$

为了获取不确定性结构响应的区间,对于 PCA 建模获取的新参数边缘区间  $[Y^L, Y^U]$  及新坐标系下的响应函数  $G$ ,可利用 SQP 规划算法等优化方法或基于泰勒展开的区间分析方法<sup>[8,9]</sup>等求解如下极值问题,

$$\begin{cases} g^U = G^U = \max_{\mathbf{Y}} G(\mathbf{Y}) \\ g^L = G^L = \min_{\mathbf{Y}} G(\mathbf{Y}) \\ \text{s.t. } Y^L \leq Y \leq Y^U, \mathbf{Y} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}^*, \mathbf{X}^* = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}} \end{cases} \quad (12)$$

则极值  $g^U$  和  $g^L$  为不确定性结构响应区间的上界与下界。由于 PCA 区间模型较传统区间模型更为紧凑,因此由式(12)计算的不确定性响应区间通常要更窄更准确些。但 PCA 区间模型确定的不确定域存在不在传统区间模型包围范围的可能性,在这种特殊情况下,由式(12)计算的响应区间可能较传统区间模型要宽些,这取决于响应函数的极值是否出现在 PCA 区间模型而不在传统区间模型的局部区域。

#### 5 算例与结果分析

##### 5.1 数值算例

为了与传统区间模型和平行六面体模型进行对比,算例 1 为文献[18]的系统响应函数

$$g(\mathbf{X}) = X_1 X_2 - 3 X_1 + X_2 X_3 + 4 X_2 + 5 X_3 - 2 X_1 X_3 + 10 \quad (13)$$

式中  $X_1, X_2$  和  $X_3$  为不确定参数,且其边缘区间分别为  $X_1^I = [-5, 5], X_2^I = [-4, 4], X_3^I = [-8, 8]$ 。现假定只有参数  $X_1$  和  $X_2$  之间存在相关性,且用平行六面体模型度量的相关角分别为  $\theta_{12} = 52.5^\circ, 60^\circ$  和  $80^\circ$ 。在这三种相关情况下分别进行 54 组采样<sup>[18]</sup>,并利用区间模型、平行六面体模型和 PCA 区间模型对其进行不确定性建模及传播分析,其结果如表 1 及图 3 所示。

从表 1 和图 3 可知,由于传统区间模型无法考虑不确定性参数的相关性,在三种相关情况下传播分析结果相对保守,响应区间半径都为 71.0。而对于平行六面体模型和 PCA 区间模型,响应区间都相对较窄,其中三种相关情况下平行六面体模型

较传统区间模型的传播响应区间半径分别减小 26.3%, 19.6% 和 5.9%; PCA 区间模型较传统区间模型的传播响应区间半径分别减小 26.7%, 11.6% 和 5.4%。在该算例的参数样本下, 采用本文的 PCA 区间模型进行不确定性传播分析所得响应区间半径与平行六面体模型结果相比有增也有减, 这是因为在不同样本分布情况下, 基于该两种非概率凸模型会形成不同大小的不确定域, 在相关角  $\theta_{12} = 52.5^\circ$  时, PCA 区间模型较平行六面体模型能更为紧凑地包络所有样本点, 所以响应区间半径相对更窄, 而在  $\theta_{12} = 60^\circ$  和  $80^\circ$  时, 则反之, 由此可以看出 PCA 区间模型具有很好的参数相关性处理能力。

5.2 汽车侧面碰撞算例

汽车碰撞安全性设计涉及汽车整体性能及乘员生命安全, 在汽车整车结构中, 侧面结构强度相对较弱, 且接近于乘员, 因此侧面结构的设计是汽车安全性设计中的一个重要环节。如图 4 和

图 5 所示, 在汽车侧面碰撞<sup>[19]</sup>过程中, 主要吸能部件有一体式框架、侧前门加强筋和 B 柱内板等, 由于制造、测量误差和材料的离散性等因素的存在, 假定主要吸能部件的厚度  $X_1, X_2$  和  $X_3$  为不确定性参数, 且参数  $X_1$  与  $X_2$  相关, 各不确定性参数的边缘区间列入表 2。

在侧碰速度为 50 km/h 工况下, 选择 B 柱下端最大侵入量  $U$  为分析指标进行不确定性传播分析。当参数  $X_1$  与  $X_2$  之间相关系数变化时, 分别利用 40 组采样建立相应的 PCA 区间模型, 在此基础上分析  $U$  的响应区间列入表 3。为了进行对比, 利用传统区间模型也进行了侵入量  $U$  的不确定性传播分析, 其所得响应区间和区间半径分别为 [283.22, 303.22] mm 和 10.00 mm, 且不随相关系数的变化而变化。

由表 3 可知,  $U$  的响应区间上下界随不确定性参数  $X_1$  与  $X_2$  之间相关系数的变化有一定的波动, 这表明该算例中一体式框架与侧前门加强筋间

表 1 算例 1 的不确定性传播响应区间

Tab. 1 Response intervals of uncertainty propagation of numerical example 1

不确定性模型	$\theta = 52.5^\circ$		$\theta = 60^\circ$		$\theta = 80^\circ$	
	响应区间	区间半径	响应区间	区间半径	响应区间	区间半径
传统区间模型	[-61.0, 81.0]	71.0	[-61.0, 81.0]	71.0	[-61.0, 81.0]	71.0
平行六面体模型	[-42.6, 62.6]	52.6	[-47.1, 67.1]	57.1	[-56.8, 76.8]	66.8
PCA 区间模型	[-42.7, 61.8]	52.3	[-52.5, 73.2]	62.9	[-57.2, 77.2]	67.2

表 2 不确定参数的边缘区间、中点及半径

Tab. 2 Interval, midpoint and radius of uncertain parameters

吸能部件	不确定参数 /mm	边缘区间 /mm	区间中点 /mm	区间半径 /mm
一体式框架	$X_1$	[0.80, 1.00]	0.90	0.10
侧前门加强筋	$X_2$	[1.40, 1.72]	1.56	0.16
B 柱内板	$X_3$	[0.95, 1.25]	1.10	0.15

表 3 不同相关系数下  $U$  的响应区间

Tab. 3 Response intervals of  $U$  under different correlation coefficients

Corr( $X_1, X_2$ )	-1.00	-0.62	-0.20	0.58	1.00	
响应区间	上界/mm	301.62	302.70	303.09	302.97	301.26
	下界/mm	287.14	284.85	283.72	285.8	285.28
	半径/mm	7.24	8.93	9.69	8.58	7.99

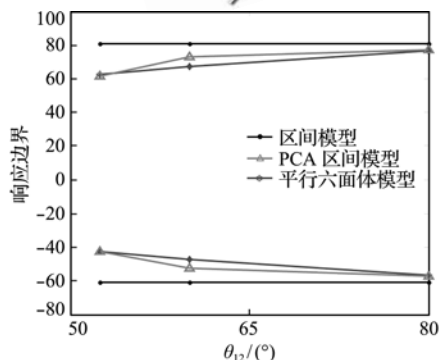


图 3 基于三种不同不确定性模型得到的响应边界

Fig. 3 Response boundaries based on three different uncertain models

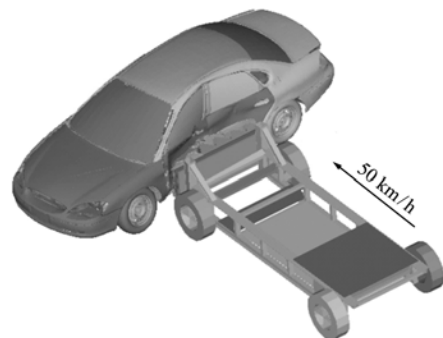


图 4 汽车侧面碰撞有限元模型

Fig. 4 Finite element model of vehicle side impact

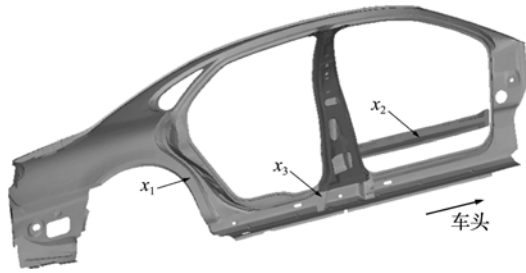


图5 侧面结构主要吸能部件

Fig. 5 Main energy absorbing members of side structure

的相关性对车辆碰撞后 B 柱下端最大侵入量存在影响。不同相关性下,基于本文提出的 PCA 区间模型较传统区间模型计算的 B 柱下端最大侵入量的区间半径均较小,这也再次表明 PCA 区间模型更为紧凑,其不确定传播分析结果也更为准确。特别是当相关系数为-1 即完全线性负相关时,其对应的响应区间半径值达到最小,且较传统区间模型计算的响应区间半径减少了 27.6%。究其原因,在原始参数完全线性相关的情况下,传统区间模型由于不能处理不确定性参数之间的相关性,其所得结果较为保守,而本文方法利用主成分分析可实现不确定性参数的降维,即将原线性相关的二维参数问题降为一维问题,这不仅使搜寻极值点过程更加简便,而且使不确定传播分析结果更为合理。

## 6 结论

本文提出一种基于主成分分析的不确定性建模方法,并有效应用于不确定性传播问题。通过对样本数据作主成分分析,获取特性向量,并以此为不确定性建模坐标系建立非概率的 PCA 区间模型。本文所提出的 PCA 区间模型通常较为紧凑,且在建模的同时将原相关的不确定性参数转化为互不相关参数,当原参数间完全线性相关时,可实现不确定性参数的降维,使不确定性传播等问题的求解更为便捷准确。

## 参考文献(References):

[1] Impollonia N, Muscolino G. Interval analysis of structures with uncertain-but-bounded axial stiffness [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, **200**(21):1945-1962.

[2] 陶友瑞,韩旭.基于凸模型的复杂多学科系统可靠性设计研究[J]. *计算力学学报*, 2014, **31**(1):8-12. (TAO You-rui, HAN Xu. Research on reliability design of complex multidisciplinary system based on convex model theory[J]. *Chinese Journal of Compu-*

*tational Mechanics*, 2014, **31**(1):8-12. (in Chinese))

[3] 刘杰,许灿,李凡,等.基于 $\lambda$ -PDF和一次二阶矩的不确定性反求方法[J]. *机械工程学报*, 2015, **51**(20):135-143. (LIU Jie, XU Can, LI Fan, et al. Uncertain inverse method based on  $\lambda$ -PDF and first order second moment [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, **51**(20):135-143. (in Chinese))

[4] Huang B Q, Du X P. Probabilistic uncertainty analysis by mean-value first order saddlepoint approximation [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2008, **93**(2):325-336.

[5] 姜潮,刘丽新,龙湘云.一种概率-区间混合结构可靠性的计算高效方法[J]. *计算力学学报*, 2013, **30**(5):605-609. (JIANG Chao, LIU Li-xin, LONG Xiang-yun. An efficient reliability analysis method for structures with probability-interval mixed uncertainty [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, **30**(5):605-609. (in Chinese))

[6] Ben-Haim Y, Elishakoff I. *Convex models of Uncertainties in Applied Mechanics* [M]. Amsterdam: Elsevier Science Publisher, 1993.

[7] Elishakoff I, Elissseff P, Glegg S A L. Non-probabilistic convex-theoretic modeling of scatter in material properties[J]. *AIAA Journal*, 1994, **32**(4):843-849.

[8] 邱志平.非概率集合理论凸方法及其应用[M].北京:国防工业出版社, 2005. (QIU Zhi-ping. *Convex Method Based on Non-probabilistic Set-theory and Its Application*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese))

[9] Qiu Z P, Wang X J. Interval analysis method and convex models for impulsive response of structures with uncertain-but-bounded external loads [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2006, **22**(3):265-276.

[10] Ganzerli S, Pantelides C P. Optimum structural design via convex model superposition [J]. *Computers & Structures*, 2000, **74**(6):639-647.

[11] Jiang C, Han X, Lu G Y, et al. Correlation analysis of non-probabilistic convex model and corresponding structural reliability technique [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, **200**(33):2528-2546.

[12] Kang Z, Zhang W B. Construction and application of an ellipsoidal convex model using a semi-definite programming formulation from measured data [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, **300**:461-489.

[13] 刘浩,刘杰,姜潮,等.基于凸模型和伪概率分布的不确定性结构响应分析[J]. *固体力学学报*, 2015, **36**(6):537-543. (LIU Hao, LIU Jie, JIANG

- Chao, et al. Uncertainty analysis of structural response based on convex model and pseudo-probability distribution [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2015, **36**(6): 537-543. (in Chinese))
- [14] Jiang C, Zhang Q F, Han X, et al. A non-probabilistic structural reliability analysis method based on a multidimensional parallelepiped convex model [J]. *Acta Mechanica*, 2014, **225**(2): 383-395.
- [15] Jiang C, Zhang Q F, Han X, et al. Multidimensional parallelepiped model—a new type of non-probabilistic convex model for structural uncertainty analysis [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2015, **103**(1): 31-59.
- [16] Gioia F, Lauro C N. Principal component analysis on interval data [J]. *Computational Statistics*, 2006, **21**(2): 343-363.
- [17] Billard L, Le-Rademacher J. Principal component analysis for interval data[J]. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2012, **4**(6): 535-540.
- [18] 张庆飞. 一种新型非概率凸模型及相应的结构不确定性分析技术[D]. 湖南大学, 2013. (ZHANG Qing-fei. A New Type of Non-Probabilistic Convex Model and the Corresponding Structural Uncertainty Analysis Techniques [D]. Hunan University, 2013. (in Chinese))
- [19] Hou S J, Liu T Y, Dong D, et al. Factor screening and multivariable crashworthiness optimization for vehicle side impact by factorial design [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, **49**(1): 147-167.

## Structural uncertainty modeling and propagation based on principal component analysis

LIU Jie\*, XIE Ling, QING Hong-jun, LIU Hao

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,  
School of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** This paper proposes a new structural uncertainty modeling method based on principal component analysis. First, the sample data of uncertain structure parameters are analyzed through principal component analysis method, and the corresponding orthogonal eigenvectors can be obtained. Then the sample data are projected to the new coordinate system which are established based on the eigenvector direction. Finally, the boundaries of uncertain parameters on the new coordinate system are calculated so that the non-probabilistic interval model for modeling the uncertainties of structure parameters is established. The uncertainty model based on principal component analysis is relatively compact, and it can transform the correlated parameters to uncorrelated parameters while the uncertainty model is established, which is convenient to efficiently solve uncertainty propagation problems. Two examples of uncertainty propagation that compared with the traditional interval model and parallelepiped model demonstrate the correctness and effectiveness of the proposed method.

**Key words:** uncertainty modeling; principal component analysis; non-probabilistic convex model; uncertainty propagation; interval model; correlation

引用本文/Cite this paper:

刘杰, 谢凌, 卿宏军, 等. 基于主成分分析的结构不确定性建模与传播研究[J]. 计算力学学报, 2017, **34**(4): 411-416.

LIU Jie, XIE Ling, QING Hong-jun, et al. Structural uncertainty modeling and propagation based on principal component analysis [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(4): 411-416.